

不完全剛結ラーメンの精密試算法

九州大学 教授 山 崎 徳 也

” 助 手 ○ 南

旭

骨組構造の解析に於て通常用いられる仮定は、節点が剛結かヒンジの何れかに止まっているが、實在構造物の節点にはその中間的なもの、即ち不完全剛結を示すものが極めて多いことは周知の事実である。この節点の不完全剛結特性を取り入れたラーメンの解析に関しては、モーメント一回転角特性を直線と近似するか、正確に曲線に準拠するかは二法に分れる。前者の仮定をタワミ角法に應用したのは Baker⁽¹⁾, Rathbun⁽²⁾, Johnston⁽³⁾ 及び著者等⁽⁴⁾ である。後者に関しては Batho⁽⁵⁾ 教授が体系づけたいわゆる Beam-Line 法を図解的に用いる接合部の弾性設計等であり、当然簡単にラーメン解法に應用することは出来ない。本論文はモーメント一回転角特性曲線をいくつかの直線で近似することにより、不完全剛結特性を実状に近ずかしめ、これをタワミ角法に導入したものである。

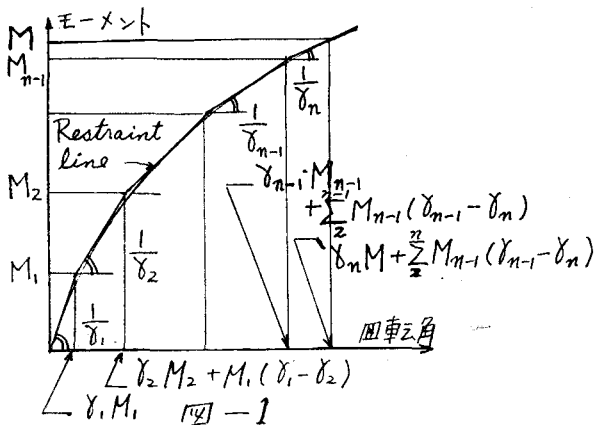
図一1の如くモーメント一回転角特性曲線を n 個の直線で近似した場合について考察を進める。

〔I〕 両端及び途中に不完全剛結節点を有する直線材ラーメンのタワミ角式

図一2に示す如く A, B 及び C 点が不完全剛結節点とする。

かかる部材上任意点の曲げモーメントは次の如く表わされる。

$$M_x = M_{AB} \frac{l-x}{l} - M_{BA} \frac{x}{l} + M_0^x \dots \dots \dots (1)$$



ここに M_0^x は単純梁 AB における荷重による任意点の曲げモーメントで下側引張を正とする。C 点の曲げモーメントを M_C とすれば、式(1)より

$$M_C = M_{AB} \cdot n_2 - M_{BA} \cdot n_1 + M_0^C \dots \dots \dots (2)$$

となり、このモーメントにより C 点は $f(\gamma_p^C) \cdot M_C$ だけ口を開く為、A 点は $f(\gamma_p^C) \cdot M_C \cdot n_2$, B 点は $-f(\gamma_p^C) \cdot M_C \cdot n_1$ だけ回転し、さらに A, B 両点とも不完全剛結点である為各々 $f(\gamma_m^A) \cdot M_{AB}$, $f(\gamma_m^B) \cdot M_{BA}$ だけ回転が加わる。(時計廻りを正とする)。

$$\text{ここに } (f\gamma_m^A) \cdot M_{AB} = \gamma_m^A \cdot M_{AB} + \sum_{i=1}^m M_{m-1}^A (\gamma_{m-1}^A - \gamma_m^A)$$

$$f(\gamma_m^B) \cdot M_{BA} = \gamma_m^B \cdot M_{BA} + \sum_{i=1}^n M_{n-1}^B (\gamma_{n-1}^B - \gamma_m^B)$$

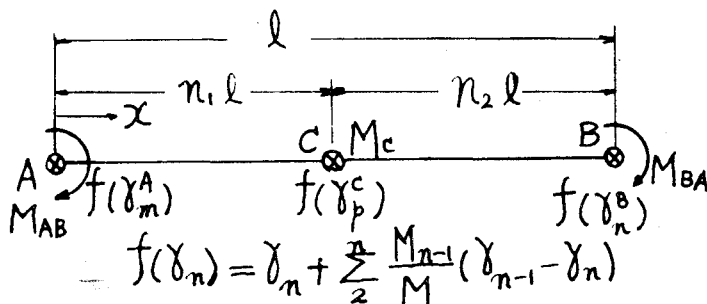


図 一 2

$$f(\gamma_p^c) \cdot M_C = \gamma_p^c \cdot M_C + \sum_2^P M_{p-1}^c (\gamma_{p-1}^c - \gamma_p^c)$$

故に A, B 両端の切線角をそれぞれ τ_A, τ_B とし, τ_{AO}, τ_{BO} をそれぞれ単純梁 AB の両端に M_{AB}, M_{BA} 及び荷重が作用した時の切線角とすれば, 次式を得る。

$$\tau_A = \tau_{AO} + f(\gamma_p^c) \cdot M_C \cdot n_2 + f(\gamma_m^A) \cdot M_{AB} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\tau_B = \tau_{BO} - f(\gamma_p^c) \cdot M_C \cdot n_1 + f(\gamma_n^B) \cdot M_{BA} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{但し } \tau_{AO} &= \frac{1}{EK} \left\{ \frac{1}{6} (2M_{AB} - M_{BA}) + \frac{K_1}{\ell} \right\} \\ \tau_{BO} &= \frac{1}{EK} \left\{ \frac{1}{6} (2M_{BA} - M_{AB}) - \frac{K_2}{\ell} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

慣用通り $\tau_A = \theta_A - R, \tau_B = \theta_B - R, 2EK\gamma = a$ と置き, 式(2), (5)を式(3), (4)に代入した上で M_{AB}, M_{BA} について連立に解けば求めるタワミ角式が得られる。すなわち

$$\begin{aligned} M_{AB} = \frac{1}{P} \bigg[& 2EK \{ (2 + 3\alpha_n^B + 3n_2^2 \alpha_p^c) \theta_A + (1 + 3n_1 n_2 \alpha_p^c) \theta_B - 3(1 + \alpha_m^B + n_2 \alpha_p^c) R \} - \frac{2}{\ell} \{ (2 + 3\alpha_n^B + 3n_2^2 \alpha_p^c) K_1 \\ & - (1 + 3n_1 n_2 \alpha_p^c) K_2 \} - (2 + 3\alpha_n^B + 3n_2^2 \alpha_p^c) \sum_2^m M_{m-1}^A (\alpha_{m-1}^A - \alpha_m^A) - (1 + 3n_1 n_2 \alpha_p^c) \sum_2^n M_{n-1}^B (\alpha_{n-1}^B - \alpha_n^B) \\ & - (2 - 3n_1 + 3n_2 \alpha_n^B) \sum_2^P M_{p-1}^c (\alpha_{p-1}^c - \alpha_p^c) - (2 - 3n_1 + 3n_2 \alpha_n^B) \alpha_p^c M_0^c \bigg] \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{BA} = \frac{1}{P} \bigg[& 2EK \{ (1 + 3n_1 n_2 \alpha_p^c) \theta_A + (2 + 3\alpha_m^A + 3n_2^2 \alpha_p^c) \theta_B - 3(1 + \alpha_m^A + n_2 \alpha_p^c) R \} + \frac{2}{\ell} \{ (2 + 3\alpha_m^A + 3n_2^2 \alpha_p^c) K_2 \\ & - (1 + 3n_1 n_2 \alpha_p^c) K_1 \} - (1 + 3n_1 n_2 \alpha_p^c) \sum_2^m M_{m-1}^A (\alpha_{m-1}^A - \alpha_m^A) - (2 + 3\alpha_m^A + 3n_2^2 \alpha_p^c) \sum_2^n M_{n-1}^B (\alpha_{n-1}^B - \alpha_n^B) \\ & + (2 - 3n_2 + 3n_1 \alpha_m^A) \sum_2^P M_{p-1}^c (\alpha_{p-1}^c - \alpha_p^c) + (2 - 3n_2 + 3n_1 \alpha_m^A) \alpha_p^c M_0^c \bigg] \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$P = 1 + 2(\alpha_m^A + \alpha_n^B) + 3\alpha_m^A \alpha_n^B + 2(1 - 3n_1 n_2) \alpha_p^c + 3\alpha_p^c (n_1^2 \alpha_m^A + n_2^2 \alpha_n^B)$$

〔II〕 上記〔I〕に剛域を考慮したタワミ角式

図-3に示す如く $\overline{AA'} = b_{AB}, \overline{BB'} = b_{BA}$ を剛域とすれば次の関係式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \overline{M}_{AB} &= M_{AB} + (M_{AB} + M_{BA}) \frac{b_{AB}}{\ell} + V_{AB}^* \cdot b_{AB} \\ \overline{M}_{BA} &= M_{BA} + (M_{AB} + M_{BA}) \frac{b_{BA}}{\ell} - V_{BA}^* \cdot b_{BA} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

V_{AB}^*, V_{BA}^* は, 荷重による単純梁 AB の A, B 両端の垂直反力で図-3の向きを正とする。

剛域端モーメント $\overline{M}_{AB}, \overline{M}_{BA}$ は式(6), (7)を式(8)に代入すれば得られる。但し式(6), (7)中の部材角 R は, 図-4に示す如く $R' = \frac{d'}{\ell}$ で, 次の如く修正を要する。

即ち剛域考慮の場合の部材角を $R = \frac{d}{\ell}$ と定義する故, $\frac{d'}{\ell} = \frac{d}{\ell} - \frac{b_{AB}}{\ell} \theta_A - \frac{b_{BA}}{\ell} \theta_B$ なる関係式を用いて, 式(6), (7)中の R を $(R - \frac{b_{AB}}{\ell} \theta_A - \frac{b_{BA}}{\ell} \theta_B)$ に置き換えて代入する事が必要となる。結果は次の如し (表-1 参照)。

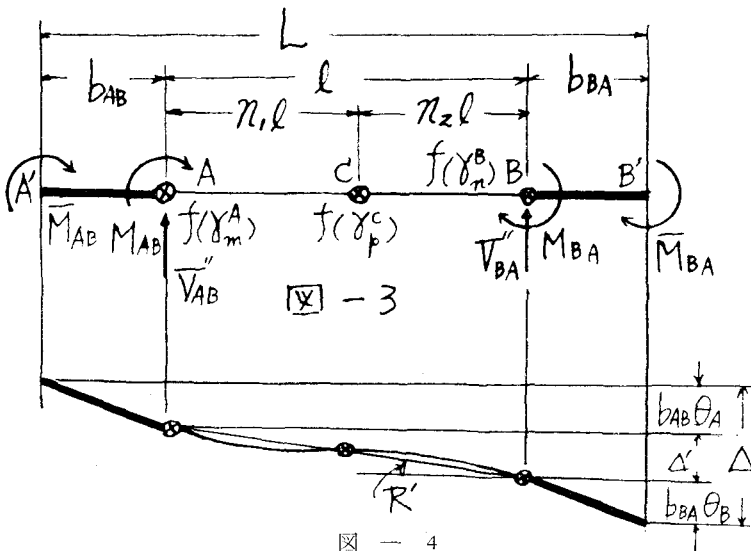


図-4

$$\overline{M}_{AB} = \frac{1}{P} \left\{ 2EK(D_{AA}\theta_A + D_{AB}\theta_B - 3D_{AC}R) - \frac{2}{\ell} (F_{AA}K_1 - F_{AB}K_2) - F_{AA} \sum_2^m M_{m-1}^A (\alpha_{m-1}^A - \alpha_m^A) \right. \\ \left. - F_{AB} \sum_2^n M_{n-1}^B (\alpha_{n-1}^B - \alpha_n^B) - F_{AC} \sum_2^p M_{p-1}^C (\alpha_{p-1}^C - \alpha_p^C) - F_{AC} \alpha_p^C M_0^C \right\} + V_{AB}' \cdot b_{AB} \dots \dots \dots (9)$$

$$\overline{M}_{BA} = \frac{1}{P} \left\{ 2EK(D_{BA}\theta_A + D_{BB}\theta_B - 3D_{BC}R) + \frac{2}{\ell} (F_{BB}K_2 - F_{BA}K_1) - F_{BA} \sum_2^m M_{m-1}^A (\alpha_{m-1}^A - \alpha_m^A) \right. \\ \left. - F_{BB} \sum_2^n M_{n-1}^B (\alpha_{n-1}^B - \alpha_n^B) + F_{BC} \sum_2^p M_{p-1}^C (\alpha_{p-1}^C - \alpha_p^C) + F_{BC} \alpha_p^C M_0^C \right\} - V_{BB}' \cdot b_{BA} \dots \dots \dots (10)$$

表 - 1

D_{AA}	$(2 + 3\alpha_n^B + 3n_1^2\alpha_p^C) + 6(1 + \alpha_n^B + n_1\alpha_p^C) \frac{b_{AB}}{\ell} + 3(2 + \alpha_m^A + \alpha_n^B + \alpha_p^C) \frac{b_{AB}^2}{\ell^2}$
D_{AB} $\cdot$ D_{BA}	$(1 + 3n_1n_2\alpha_p^C) + 3(1 + \alpha_m^A + n_2\alpha_p^C) \frac{b_{AB}}{\ell} + 3(1 + \alpha_n^B + n_1\alpha_p^C) \frac{b_{BA}}{\ell} + 3(2 + \alpha_m^A + \alpha_n^B + \alpha_p^C) \frac{b_{AB} \cdot b_{BA}}{\ell^2}$
D_{BB}	$(2 + 3\alpha_m^A + 3n_2^2\alpha_p^C) + 6(1 + \alpha_m^A + n_2\alpha_p^C) \frac{b_{BA}}{\ell} + 3(2 + \alpha_m^A + \alpha_n^B + \alpha_p^C) \frac{b_{BA}^2}{\ell^2}$
D_{AC}	$(1 + \alpha_n^B + n_1\alpha_p^C) + (2 + \alpha_m^A + \alpha_n^B + \alpha_p^C) \frac{b_{AB}}{\ell}$
D_{BC}	$(1 + \alpha_m^A + n_2\alpha_p^C) + (2 + \alpha_m^A + \alpha_n^B + \alpha_p^C) \frac{b_{BA}}{\ell}$
F_{AA}	$(2 + 3\alpha_n^B + 3n_1^2\alpha_p^C) + 3(1 + \alpha_n^B + n_1\alpha_p^C) \frac{b_{AB}}{\ell}$
F_{BB}	$(2 + 3\alpha_m^A + 3n_2^2\alpha_p^C) + 3(1 + \alpha_m^A + n_2\alpha_p^C) \frac{b_{BA}}{\ell}$
F_{AB}	$(1 + 3n_1n_2\alpha_p^C) + 3(1 + \alpha_m^A + n_2\alpha_p^C) \frac{b_{AB}}{\ell}$
F_{BA}	$(1 + 3n_1n_2\alpha_p^C) + 3(1 + \alpha_n^B + n_1\alpha_p^C) \frac{b_{BA}}{\ell}$
F_{AC}	$(2 - 3n_1 + 3n_2\alpha_n^B) + 3\{n_1(1 + \alpha_m^A) - n_2(1 + \alpha_n^B)\} \frac{b_{AB}}{\ell}$
F_{BC}	$(2 - 3n_2 + 3n_1\alpha_m^A) + 3\{n_1(1 + \alpha_m^A) - n_2(1 + \alpha_n^B)\} \frac{b_{BA}}{\ell}$

〔Ⅲ〕 解 法

部材端 A, B 及び途中点 C に対する, モーメント一回転角特性曲線が与えられたものとして, 先ず不完全剛結点に作用する概算モーメントを計算し, 近似特性曲線のどの部分に位置するかを見定めて m, n, p の値を決める。然る後は従来のラーメン解法と同様に, それぞれに適合するタワミ角式を用いて計算を行ない, 節点モーメントを求め, 不完全剛結点に作用するモーメントを算出し, 最初に決めた m, n, p の値に変更を要する場合は更めて m, n, p を決め直して前述の計算を繰り返し変更を要さなくなるに及んで収斂計算は終了する。

なお, 特性曲線を一本の直線で仮定した従来の不完全剛結考慮のタワミ角式による計算例との比較吟味は講演時に発表する。本研究は文部省科学研究費の補助を受けたことを附記する。

文 献

- 1) J. F. Baker: The Stress Analysis of Steel Building Frames, 2nd Report of the Steel Structures Research Committee, Department of Scientific and Industrial Research of Great Britain, 1936.
- 2) J. C. Rathbun: Elastic Properties of Riveted Connections, Trans. ASCE, vol. 101, 1936.
- 3) B. Johnston, E. H. Mount: Analysis of Building Frames with Semi-Rigid Connections, Trans. ASCE, vol. 107, 1947.
- 4) T. YAMASAKI: Analysis of Semi-Rigid Frame with Curved Members considering the Effect of Rigid Joint-Width, Proc. of the 12th. Japan National Congress for Appl. Mech. March, 1963.
- 5) C. Batho: The Analysis and Design of Beams under given End Restraints, Final Report of the Steel Structures Research Committee, Department of Scientific and Industrial Research of Great Britain, 1936.