背水曲線式に関する一考察

八女工業高校　高　倉　正　人

1. 要　　　旨

一様断面水路の背水曲線は，基本的には開水路の運動方程式を解析的に解くことによって決定される。しかしすべての形の水路断面に対して，水深の項を分離して表わすことができないから解析的に正確に解くことは不可能である。したがって，ある仮定を設けて方程式が積分可能なようにすることがなされてきた。一方上記の解析的方法に対して，なんらの仮定を設けずに，方程式より直接数値解を得るために数値積分による解法も試みられてきた。精度は高くほぼ厳密解とみてよいが一般に煩雑である。著者は，二つの断面間の距離が水深に関して4次またはそれ以下の有理整式で表わされると仮定して，Gaussの平均値法による数値積分の手法を用いて背水曲線式を誘導した。本式は形式が簡単で各種の断面形に適用できる。また解析式のように数表，図表を用いる必要がない。

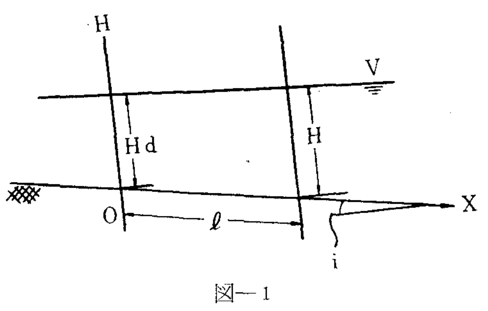
2. 背　水　曲　線　式

一様断面水路の運動方程式において，　i＝一定，x＝0のとき $H=H_d$ として積分すれば，

$$\ell=\int_{H_d}^{H}\Phi(H)\,dH \cdots\cdots(1)$$

$$\Phi(H)=\frac{1-\dfrac{\alpha Q^2}{gA^3}\dfrac{dA}{dH}}{i-\dfrac{n^2Q^2}{R^{\frac{4}{3}}A^2}},\qquad H=H_d+\Delta H_d$$

$\Phi(H)$ は特異点を除いて区間〔H_d, H〕において連続な関数であり，水面の特性を表わす無次元量である。これを「水面関数」と称することにする。(1)式に Gauss の平均値法を適用して次式を誘導した。



図—1

$$\ell=\frac{\Delta H_d}{2}\{\Phi_1(H)+\Phi_2(H)\}\cdots\cdots(2)$$

ここで，

$\Phi(H)=\Phi 5H_d+0.211\Delta H_d)$

$\Phi_2(H)=\Phi(H_d+0.789\Delta H_d)$

3. 水　面　関　数

水面関数として(1)式の $\Phi(H)$ をそのまま用いてよいが，$\alpha Q^2/gA^3$，$n^2Q^2/R^{\frac{4}{3}}A^2$ の計算がやや煩雑であるので，$\Phi(H)$ に Chow 式[1]，および岩崎式[2]を用いることにする。

(1) Chow 式

$$\Phi(H)=\frac{1-\left(\dfrac{H_C}{H}\right)^M}{i\left[1-\left(\dfrac{H_D}{H}\right)^N\right]}\cdots\cdots(3)$$

長方形断面

$$M=3,\qquad N=\frac{10}{3}-\frac{8}{3}\frac{\dfrac{H}{B}}{\left(1+\dfrac{2H}{B}\right)}$$

H＝水深，　B＝水路巾

広長方形断面

$$M=3,\qquad N=\frac{10}{3}$$

三角形断面

$$M=5,\qquad N=6$$

放物線形断面

$$M=4,\qquad N=5-\frac{2}{3}\;\frac{1-2aH}{1-\frac{2}{3}aH}$$

広放物線形断面

$$M=4,\qquad N=\frac{13}{3}$$

台形断面

$$M=\frac{3\left\{1+2m\left(\dfrac{H}{B_0}\right)\right\}^2-2m\left(\dfrac{H}{B_0}\right)\left\{1+m\left(\dfrac{H}{B_0}\right)\right\}}{\left\{1+2m\left(\dfrac{H}{B_0}\right)\right\}\left\{1+m\left(\dfrac{H}{B_0}\right)\right\}}$$

$$N=\frac{10}{3}\;\frac{1+2m\left(\dfrac{H}{B_0}\right)}{1+m\left(\dfrac{H}{B_0}\right)}-\frac{8}{3}\;\frac{\sqrt{1+m^2}\left(\dfrac{H}{B_0}\right)}{1+2\sqrt{1+m^2}\left(\dfrac{H}{B_0}\right)}$$

（2）岩　崎　式

円形断面に対して，

$$\Phi(H)=\frac{1-\dfrac{N}{N_C}}{i\left[1-\dfrac{M}{M_0}\right]} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

M，Nについては，$\dfrac{H}{\gamma}=0\sim2.0$　に対して計算され，図表化されている[3]。

文　　　　献

1）V．Chow（石原藤次郎訳）：開水路の水理学，P. 233.

2）米元，岩崎：水理学例題演習，P. 131.

3）米元，岩崎：水理学例題演習，P. 131.