

立坑周辺の応力状態について

熊本大学 川 本 眺 万

緒 言

立坑を合理的に設計、計画するためには立坑周辺の応力状態を出来るだけ適確に把握することが必要である。従来より地山中に空洞を開さくした場合、その周辺の地圧状態については種々の説明がなされて来ている。すなわち一般に地山中に立坑を開さくした後はもとのからの応力の平衡状態は乱され、地山は新しい平衡状態に達するような動きを示す。この場合地山が堅固な岩盤のように弾性体と考えられるものであると、最終の応力平衡状態と開さくした立坑の形状寸法及び岩石の弾性性質等によって決まり、地山はそれに対応した変形を起して安定する。またもし地山が軟弱な岩盤や土質地盤のように塑性体と考えられるものであるときは、新しい状態に達しようとするための変形は止まることなく続き立坑の空所が全くくたけて応力が再びもとの値に戻ってばじめて変形が終る。したがって地山の変形を止め空所を維持するために立坑に巻立てを施すと、それは時間とともに増加する荷重をうけることになるだろう。

しかし実際の地山においてしばしば見られる現象はこれらの中間にあるように考えられる。たとえば地山岩盤に立坑を開さくした場合、その周辺に応力集中を起し最大応力を生ずる。もしこの応力が岩盤の降伏限度以内であれば先述のような弾性地山にたいするものと同じであるが降伏限度を超えるようなものであれば立坑周辺に塑性領域ができ、地山内には弾塑性境界を生じて弾塑性応力分布状態を呈するようになる。そしてこのような場合塑性領域では応力が減少し、最大応力の生ずる位置が立坑周壁より地山内部に移動する。なおこのことはまた土質の地山においてもかなり深い掘削の立坑が安定を保ちうることから考えられることであらう。

以上のように立坑周辺の複雑な地山の挙動については種々の見方がなされているのであるが、このような問題を解明するために、こゝにおい

では円形の立坑を鉛直に地中に掘りくした場合について、まずその周辺
の弾塑性応力分布状態ならびに弾塑性境界を理論的に計算し、さらに立
坑周辺の地山が塑性変形領域にある場合の応力分布にたいする近似解を
求めた。

I 弾塑性応力の分布

Fig. 1 に示すような円筒座標系 r, θ, z を使用する。深さ z における水
平な微小厚さの部分を考え、軸方向の歪 ε_z が無いものと仮定すれば平
面歪の問題となり、さらに軸対称であるから応力及び歪の主方向は半径
切線、軸の三方向になる。したがって釣合方程式はつぎの一つとなる。

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1)$$

(1) を岩盤を非圧縮性と考えると平均垂直歪は零となり

$$e = \frac{1}{3} (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z) = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) = 0 \quad (2)$$

(2) 式を積分すれば 応力と無関係に弾性、塑性両領域において半径方
向変位は

$$u(r, \rho) = -D(\rho)/r \quad (3)$$

となる。ここに $D(\rho)$ は ρ のみの函数であり、 ρ は弾塑性境界の半径で
あつて時間の代りに弾塑性変形状態の指標として用いられる。(3) 式より
各歪成分を求め、さらにフックの法則を用いて得られる弾性領域内の偏
差応力の主成分から各成分応力を求めるとつぎのようになる。

$$\sigma_r = S + 2\eta \frac{D}{r^2} \quad \sigma_\theta = S - 2\eta \frac{D}{r^2} \quad \sigma_z = S \quad (4)$$

S : 平均垂直応力 η : 剪断弾性係数

この場合弾塑性境界 $r = \rho$ において *Mises* の降伏条件

$$J_2 = S_r^2 + S_r S_\theta + S_\theta^2 = k^2 \quad (5)$$

k : 単純剪断の時の降伏限度

を満足し、かつ $r = \infty$ において

$$\sigma_r = \sigma_\theta = -\frac{-\nu}{1-\nu} w z \quad (6)$$

をとるように境界条件を与えると S 及び D をえ、結局弾性領域にたいする解をつぎのように求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{k f^2}{2 G r} \\ \sigma_r &= -\frac{\nu}{1-\nu} w z + \frac{k f^2}{r^2} \\ \sigma_\theta &= -\frac{\nu}{1-\nu} w z - \frac{k f^2}{r^2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

つぎに塑性領域における応力状態を求める。

。弾塑性領域の一点において偏差応力成分の間には $S_r : S_\theta : S_z = 1 : -1 : 0$ なる関係があり、さらに塑性領域において *Mises* の降伏条件 (5) が満足されねばならないから、応力成分はつぎのようになる。

$$\sigma_r = S + k, \quad \sigma_\theta = S - k, \quad \sigma_z = S \quad (8)$$

(8) 式を釣合方程式 (1) に代入すれば、

$$\frac{\partial S}{\partial r} = -\frac{2k}{r} \quad (9)$$

弾塑性境界において弾性領域の S の値と (9) 式より得られる S の値は一致すべきことを考慮して上式を積分すれば、

$$S = -2k \log \frac{r}{f} - \frac{\nu}{1-\nu} w z \quad (10)$$

したがって塑性領域における変位及び応力は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{k f^2}{2 G r} \\ \sigma_r &= k(1 - 2 \log \frac{r}{f}) - \frac{\nu}{1-\nu} w z \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$60 = -k(1 + 2 \log \frac{r}{p}) - \frac{r}{1-r} w \alpha$$

こゝで弾塑性境界の半径 p を求めると、まう素掘立坑の場合には坑壁には外力が作用しないからつぎの関係をうる。

$$k(1 - 2 \log \frac{a}{p}) - \frac{r}{1-r} w \alpha = 0 \quad (12)$$

また巻立てを有する立坑では巻立てと地山との接触面において両者の半径方向の応力及び変位が等しくなることを仮定すれば、つぎのような関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} K p^2 &= -\log p + F \\ \Rightarrow \text{に} \quad K &= \frac{a^2 - b^2}{2a^2} \frac{1}{\{b^2 + (1-2\nu')a^2\}} \cdot \frac{G'}{G} \\ F &= \log a - 0.5 + \frac{r}{2(1-r)} - \frac{w \alpha}{k} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

G' : 巻立ての剪断強性係数

ν' : " " のポアソン比

a : " " の外径 b : " " の内径

したがって(12)式あるいは(13)式より p が求めれば塑性領域 ($a \leq r \leq p$) については(11)式を、弾性領域 ($p \leq r$) については(7)式を用いて弾塑性応力分布を定めうる。

いま $a = 2.9m$ $b = 2.5m$ 地山にたいして $E = 1.5 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 巻立てにたいして $E' = 2.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\nu' = 0.15$ をとり、地山の k 及び ν の種々の値にたいする p の値を求めれば、素掘りの場合は Fig 2 巻立てを施した場合は Fig 3 のようになる。また $k = 25 \text{ kg/cm}^2$

$\nu = 0.3$ の場合の深さ $500m$ なる水平面における応力分布を求めれば Fig 4 のようになる。なお同図には比較のために地山が弾性変形する場合の応力分布も書かれている。

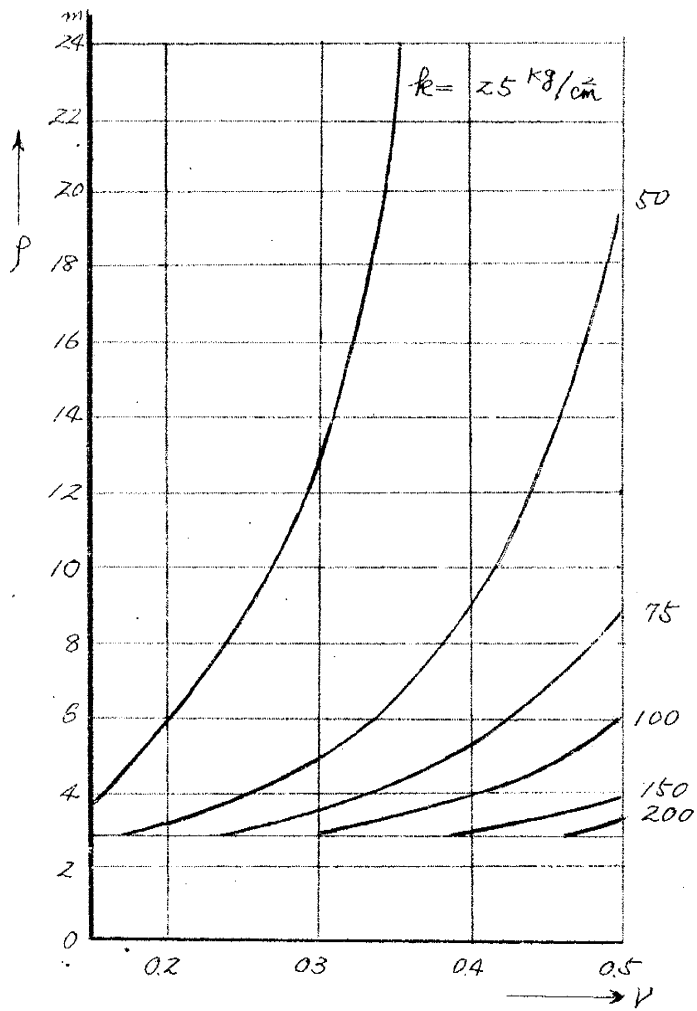


Fig. 2. 素掘立坑 ($Z=1000\text{m}$)

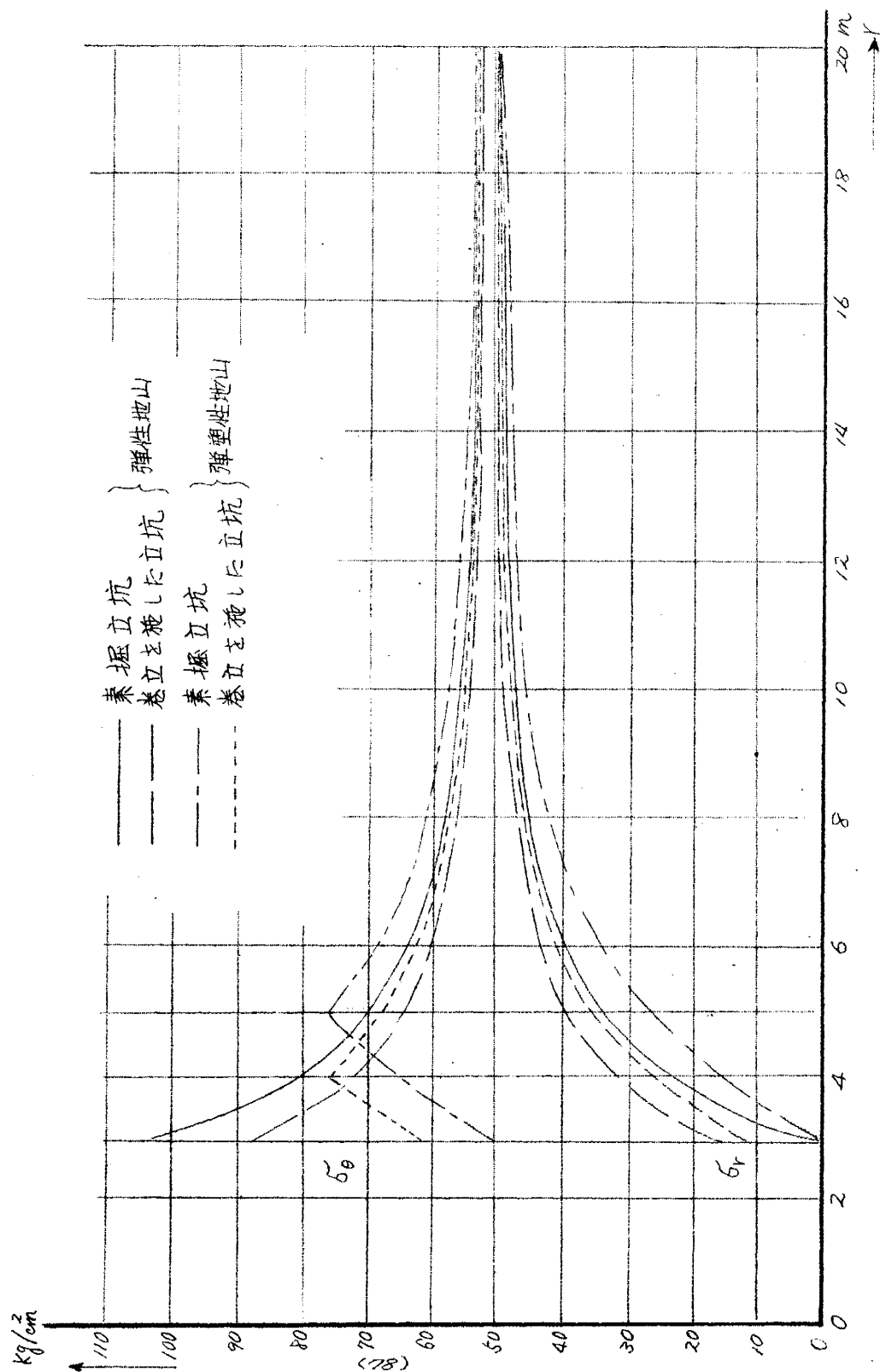


Fig.4 弾性及び弾塑性芯力分布 ($Z=500\text{m}$)

II 塑性変形領域における応力状態

I の場合と同様な円筒座標系を用いる。地山中の鉛直応力は地表面からの深さ z に比例するものとする。能動変形の際は物体の塑性状態を示すところの方程式は同一の応力-歪ダイアグラムをもつ非線型弾性体を表示する方程式となんら異なるどころがないことが明らかにされている。このような考えから一般に地山が弾性限界を超えたときの変形状態にたいして偏差応力が偏差歪に比例するごとき方程式を提案することができ、さらにこの領域内で地山の容積が変らないものと考えれば次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r - \sigma_m &= \frac{2}{3} E_p (\epsilon_r - \epsilon_m) \\ \sigma_\theta - \sigma_m &= \frac{2}{3} E_p (\epsilon_\theta - \epsilon_m) \\ \sigma_z - \sigma_m &= \frac{2}{3} E_p (\epsilon_z - \epsilon_m) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

こゝにおいて $E_p = \sigma_i / \epsilon_i$ であり、 σ_i 、 ϵ_i は地山材料にたいする応力-歪曲線上の塑性変形領域の一点に対応する。(14) 式のみからでは個々の応力成分を算出しえない。そこでいま上式において平均垂直応力 σ_m 及び偏差歪にたいして弾性変形領域における値を用いれば近似的な解をうることができる。地山を弾性体と考えた場合の応力及び変位成分は容易につぎのように求まる。

素掘立坑にたいして

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{\nu}{1-\nu} w z \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right), \quad \sigma_\theta = -\frac{\nu}{1-\nu} w z \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \\ \sigma_z &= -w z \quad u = -\frac{\nu(1+\nu)}{(1-\nu)E} \cdot w z \cdot \frac{a^2}{r} \\ w &= -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2(1-\nu)E} w z^2 + C \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

C: 地表面の条件に関する常数

巻立てを施した立坑にたいして

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{\nu}{1-\nu} w z \left(1 - K \frac{a^2}{r^2}\right), \quad \sigma_\theta = -\frac{\nu}{1-\nu} w z \left(1 + K \frac{a^2}{r^2}\right) \\ \sigma_z &= -w z \\ u &= -\frac{\nu(1+\nu)}{(1-\nu)E} w z \left\{ -(1-2\nu)r + K \frac{a^2}{r} \right\} \\ w &= -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2(1-\nu)E} w z^2 + C \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(15) (16) 式を用いれば (14) 式より塑性変形領域における地山の各成分応力はつぎのように求められる。

素掘立坑にたいして

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{(1+\nu)}{3(1-\nu)} w z \left\{ 1 + 2\nu \left(1 - \frac{1+\nu}{3\nu} - \frac{a^2}{r^2}\right) \frac{E_p}{E} \right\} \\ \sigma_\theta &= -\frac{(1+\nu)}{3\nu} w z \left\{ 1 + 2\nu \left(1 - \frac{1+\nu}{3\nu} + \frac{a^2}{r^2}\right) \frac{E_p}{E} \right\} \\ \sigma_z &= -\frac{(1+\nu)}{3(1-\nu)} w z \left\{ 1 + \frac{4}{3} (1-2\nu) \frac{E_p}{E} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

巻立てを施した立坑にたいして

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{1+\nu}{3(1-\nu)} w z \left\{ 1 + 2\nu \left(1 - \frac{1+\nu}{3\nu} - K \frac{a^2}{r^2}\right) \frac{E_p}{E} \right\} \\ \sigma_\theta &= -\frac{1+\nu}{3(1-\nu)} w z \left\{ 1 + 2\nu \left(1 - \frac{1+\nu}{3\nu} + K \frac{a^2}{r^2}\right) \frac{E_p}{E} \right\} \\ \sigma_z &= -\frac{1+\nu}{3(1-\nu)} w z \left\{ 1 + \frac{4}{3} (1-2\nu) \frac{E_p}{E} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

上と同様の形状を有する巻立てを施した立坑にたいし、弾性変形領域その $E = 1.5 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ $\nu = 0.3$ 、巻立ての $E' = 2.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\nu = 0.15$ として、 E にたいする塑性変形領域の E_p の比 E_p/E が 1.0, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6 の場合について計算した結果を示せば Fig. 5 のようである。

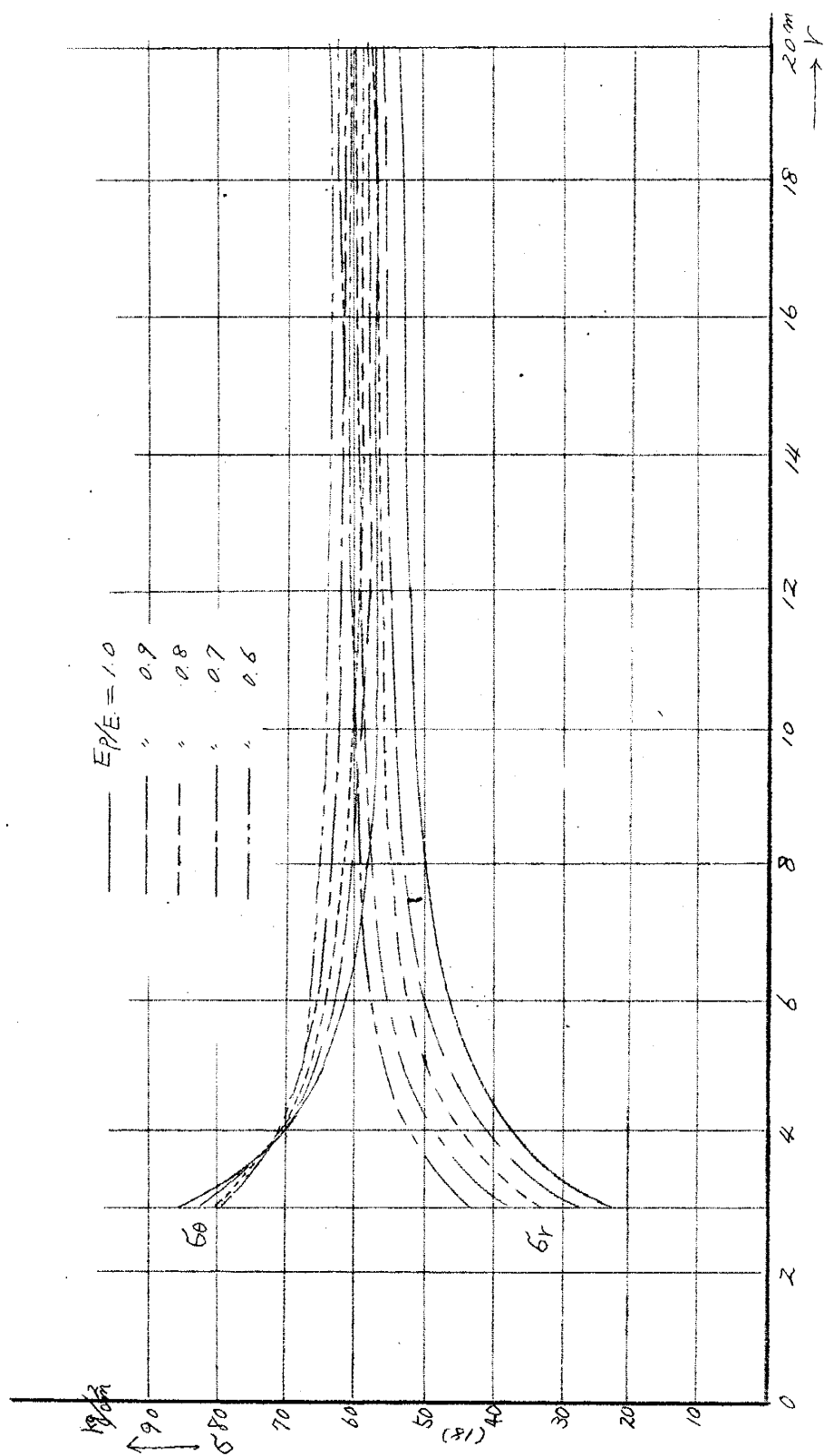


Fig. 5 塑性变形領域における応力分布 ($Z = 500 \text{ m}$)