アーチダムの振動応力算定について

九州大学　小坪清眞

1. 振動方程式

先づ次の假定を設ける。

(a). コンクリートは等質等方彈性体で、ヤング率Eは引張及び圧縮に対して同一である。

(b). ダムは基礎岩盤に完全固定

(c). ダムには引張応力によって亀裂を生じない。

(d). 片持梁エレメントの中立軸は鉛直方向とする。

(e). ダムは鉛直方向には変位しない。

而して、半径方向変位を u, 切線方向変位を w, 切線方向及び鉛直方向座標をそれぞれ s, z とし、ダムの厚さを T, 断面の慣性モーメントを I, コンクリートのポアソン比を μ, 單位重量を γ, アーチの半径を R, 時間を t, 重力の加速度を g とすれば、近似的に次のような変数係数6階線型連立偏微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial^4 u}{\partial s^4} - 2\frac{\partial^4 u}{\partial s^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + 2\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial s}\frac{\partial^3 u}{\partial s^3} + 2\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial z}\frac{\partial^3 u}{\partial s^2 \partial z} + 2\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial s}\frac{\partial^3 u}{\partial s \partial z^2}$$

$$+ 2\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial z}\frac{\partial^3 u}{\partial z^3} + \frac{1}{I}\left(\frac{\partial^2 I}{\partial s^2} + \mu\frac{\partial^2 I}{\partial z^2}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{2(1-\mu)}{I}\frac{\partial^2 I}{\partial s \partial z}\frac{\partial^2 u}{\partial s \partial z} + \frac{1}{I}\left(\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} + \mu\frac{\partial^2 I}{\partial s^2}\right)$$

$$\times\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{T}{R^2 I}u + \frac{1-\mu^2}{gEI}\gamma T\left(1 + \frac{T_0}{T}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial^3 w}{\partial s^3} + \frac{2-\mu}{R}\frac{\partial^3 w}{\partial s \partial z^2}$$

$$+ 2\frac{1}{RI}\frac{\partial I}{\partial s}\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + 2\frac{1}{R}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial z} - \frac{2-\mu}{R}\frac{\partial R}{\partial z}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial s \partial z} + \frac{2(1-\mu)}{RI}\frac{\partial I}{\partial s}\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$

$$+ \frac{1}{R}\left\{\frac{1}{I}\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} + \frac{\mu}{I}\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} + (4-2\mu)\left(\frac{\partial R}{R\partial z}\right)^2 - \frac{2-\mu}{R}\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} - \frac{2}{R}\frac{\partial R}{\partial z}\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial z} - \frac{T}{I}\right\}\frac{\partial w}{\partial s}$$

$$+2(1-\mu)\frac{1}{R}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial^2 I}{\partial s \partial z} - \frac{2}{R}\frac{\partial R}{\partial z}\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial s}\right)\frac{\partial w}{\partial z} + 2(1-\mu)\frac{1}{R}\left\{\frac{2}{I}\frac{\partial I}{\partial s}\left(\frac{\partial R}{R\partial z}\right)^2\right.$$

$$-\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial s}\frac{1}{R}\frac{\partial^2 R}{\partial z^2}-\frac{1}{I}\frac{\partial^2 I}{\partial s\partial z}\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial z}\Big\}w=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial^3 u}{\partial s^3}+\frac{\partial^3 u}{\partial s\partial z^2}+\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial s}\frac{\partial^2 u}{\partial s^2}+(1-\mu)\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial z}\frac{\partial^2 u}{\partial s\partial z}+\frac{\mu}{I}\frac{\partial I}{\partial s}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$-\frac{T}{I}\frac{\partial u}{\partial s}+\frac{1}{I}\frac{\partial T}{\partial s}u+\left(\frac{1}{R}+\frac{RT}{I}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}+(1-\mu)\left(\frac{1}{R}+\frac{RT}{2I}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$

$$+\frac{1}{R}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial s}+\frac{R^2}{I}\frac{\partial T}{\partial s}\right)\frac{\partial w}{\partial s}+(1-\mu)\frac{1}{R}\left(\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial z}+\frac{R^2}{2I}\frac{\partial T}{\partial z}-\frac{2}{R}\frac{\partial R}{\partial z}\right)\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$+\frac{1}{R}\Big\{2(1-\mu)\left(\frac{\partial R}{R\partial z}\right)^2-\frac{1-\mu}{R}\frac{\partial^2 R}{\partial z^2}-\frac{1-\mu}{R}\frac{\partial R}{\partial z}\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial z}\Big\}w-\frac{1-\mu^2}{gEI}\gamma TR\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \qquad (2)$$

境界條件は基礎面アバットにおいて

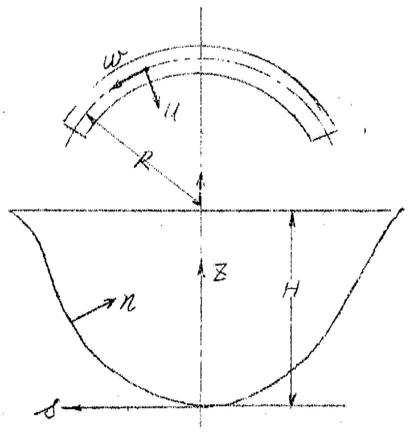
$$u=0,\quad w=0,\quad \partial u/\partial n=0 \qquad (3)$$

天端　$z=H$　において

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial s^2}+\frac{\mu}{R}\frac{\partial w}{\partial s}=0\\&\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}+\frac{\partial^3 u}{\partial s^2\partial z}-\frac{\mu}{R^2}\frac{\partial R}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial s}=0\\&\frac{\partial w}{\partial z}=0\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

2. 階差方程式

(1), (2) 式は解けないから、これを階差方程式に換える。



$$u=\bar{u}\cos\omega t,\quad w=\bar{w}\cos\omega t$$

として

$$\bar{u}_{m+2,n}+a_1\bar{u}_{m+1,n+1}+a_2\bar{u}_{m+1,n}$$
$$+a_3\bar{u}_{m+1,n-1}+a_4\bar{u}_{m,n+2}+a_5\bar{u}_{m,n+1}$$
$$+(a_6-a_7\lambda)\bar{u}_{m,n}+a_8\bar{u}_{m,n-1}$$
$$+a_9\bar{u}_{m,n-2}+a_{10}\bar{u}_{m-1,n+1}+a_{11}\bar{u}_{m-1,n}+a_{12}\bar{u}_{m-1,n-1}+a_{13}\bar{u}_{m-2,n}+a_{14}\bar{w}_{m+1,n+1}$$

$$+(a_{15}-a_{16}\lambda)\widetilde{w}_{m+1,n}+a_{17}\widetilde{w}_{m+1,n+1}+a_{18}\widetilde{w}_{m-1,n+1}+a_{19}\widetilde{w}_{m-1,n}$$

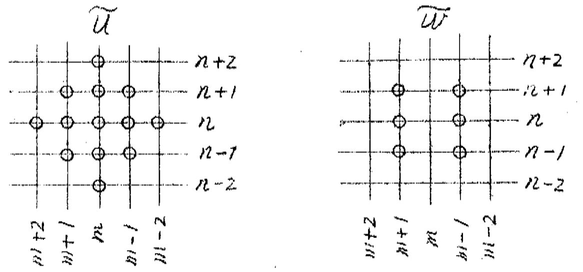
$$+a_{20}\widetilde{w}_{m-1,n-1}=0 \qquad (5)$$

$$\widetilde{u}_{m+2,n}+b_1\widetilde{u}_{m+1,n+1}+b_2\widetilde{u}_{m+1,n}+b_3\widetilde{u}_{m+1,n-1}+b_4\widetilde{u}_{m-1,n-1}$$

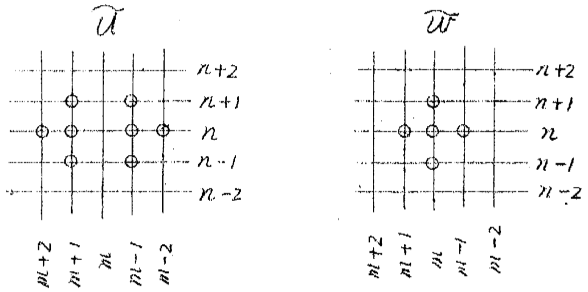
$$+b_5\widetilde{u}_{m-1,n}+b_6\widetilde{u}_{m-1,n-1}+b_7\widetilde{u}_{m-2,n}+b_8\widetilde{w}_{m+1,n}+b_9\widetilde{w}_{m,n+1}$$

$$+(b_{10}-b_{11}\lambda)\widetilde{w}_{m,n}+b_{12}\widetilde{w}_{m,n-1}+b_{13}\widetilde{w}_{m-1,n}=0 \qquad (6)$$

(5) 式



(6) 式

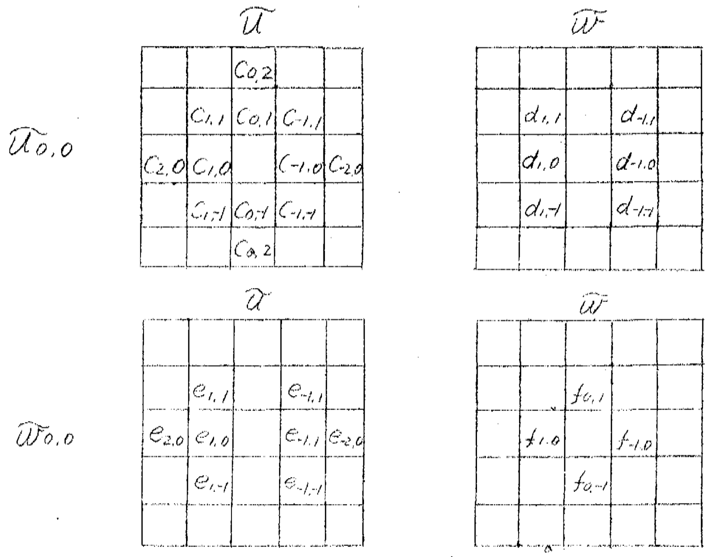


3. 自由振動

(5), (6) 式は，内点の数だけの方程式が得られるから，係数の Determinant を 0 とおけば固有値 λ が求められる．

4. 強制振動

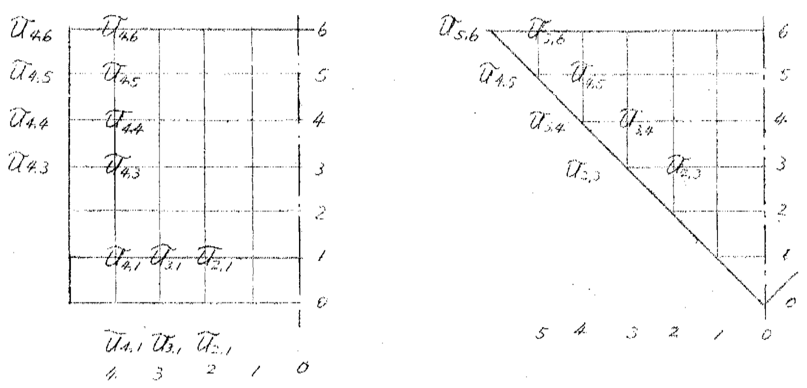
地動が $A\cos pt$ で与えられると，境界における $\widetilde{u}$, $\widetilde{w}$ の値及び週期が既知となるから (5), (6) 式より内点の変位 $\widetilde{u}$, $\widetilde{w}$ が計算され，従って応力が求められる．この場合，(5), (6) 式を変形して逐次近似法を用いる．



5. 境界條件の取り方

矩形以外の地形断面では，境界條件を厳密に満すことは不可能であるから次図のような近似法を用いる。こうすると，片持梁エレメントの境界條件が不正確となるが止むを得ない。

矩形断面　　　三角形断面



6. 結　論

本法は形状が複雑なアーチダムの振動応力を，数値積分によって求める方法について述べたものである。此所には，非減衰同一位相の振動を取り扱ったが，地動の位相がダムの各部で異る場合及び減衰力を取り入

れた場合の振動の問題がある。これについては後日に譲る。

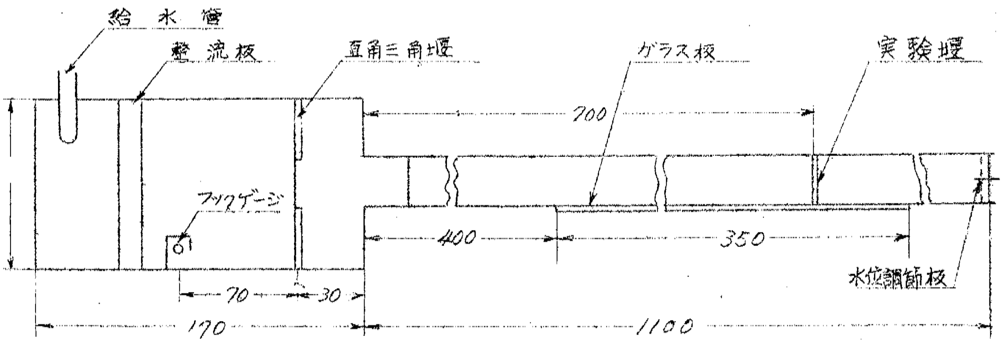
小型水路による堰の実験について

宮崎大学　吉高益男

I. 序

設備、経費等の制限の為小型水路により実験を行ふ場合、その精度を幾らに考えるかは重要な問題である。その場合に考慮すべきものとして①測定誤差、②相似律による限界（模型実験の場合）、③製作誤差 ④側面等の影響（粗度の意味ではない）等がある。

宮崎大学水理実験室に於ては小型木製水路（巾 26 cm；$Q_{max.} = 10\ l/sec.$ 粗度係数 $n \fallingdotseq 0.0116$）を設置し、これにより堰の実験を行い、大流量に用いられる矩形堰公式が小型堰の値と幾らの差をもつか又小型水路によってどの程度の実験が可能かを考察してみた。



図－1．　単位 cm

II. 実験

この実験は始め堰が水流に対し斜になっている場合の流水状態を検討するためなされたが（本学加藤、後藤君の実験）その結果から水路の精度を確立する必要が認められた。図－1は実験装置の略図であり、実