剛節橋梁トラスの二次力解法と完全解法に就て

熊大教授
童松憲

要旨

本文は剛節橋梁トラスの各素材に生ずる軸力(N)と材端曲げモーメント(M)の解法を次の二方法、

Ⅰ. NとMの直接解法

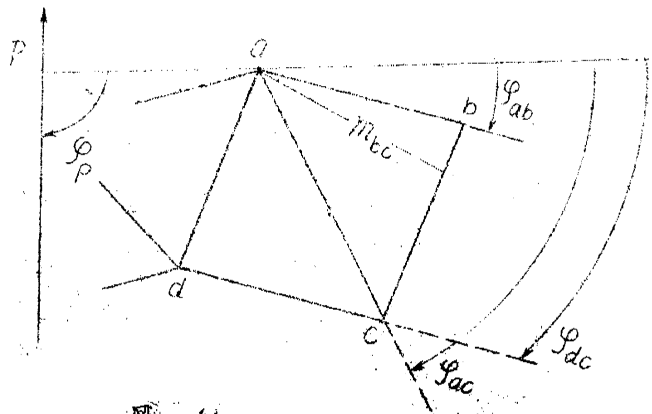
Ⅱ. 格点変形の解法よりする間接計算

によって述べ、Ⅱ法がその解答に関する単なる機械的計算なるに対し、Ⅰ法では各素材の曲げモーメントMの大小に応じ得る様な断面の設計調整をも考へられ得ることを示すものである。

Ⅰ. 各力の直接解法

1. 一般解式の誘導

Trussの構成をその一翼の端材から2つの素材を連結して閉合される三角形の連接により作り連されるものとし、この三角形をその内力に関して逐次解き得る様に解式を作るものとする。



図－1

図－1に示すTrussの任意の格間abcdに於てacが一つ前の計算に於て三角形を閉合した状態に対しab

11, 12頁なし

と bc が新に連結されて三角形を閉合せるものとすれば、この ab と bc をその内力即ち軸力 N と端モーメントに関して解けばよいのである。

i) ab に関する解

図－1を参照し水平方向に対し ab, ac, dc 及び荷重 P の力線のなす偏角を夫々 φ_{ab}, φ_{ac}, φ_{dc} 及び φ_P としてその右廻転を正値と仮定し素材の各作用力 M, N, Q の符号について次の規約をする。

曲げモーメント M：抵抗断面に対する、右廻りを正値

軸　　力　N：　〃　　　　圧縮を正値

剪　断　力　Q：　〃　　　　隣接断面相互の右廻りを正値

然るとき a を原点とするモーメントの平衡及び計算の便宜上 ab 方向をその直角方向に基線に仮定せる直力の平衡の条件は次の如く表はされる。

$$M_{ab} + \sum M_{ac} = 0 \quad \cdots\cdots (1)$$

$$N_{ab} + \sum\{N_{ac}\cos(\varphi_{ac}-\varphi_{ab}) + Q_{ac}\sin(\varphi_{ac}-\varphi_{ab})\} + P\cos(\varphi_P-\varphi_{ab}) \cdots (2)$$

$$-Q_{ab} + \sum\{N_{ac}\sin(\varphi_{ac}-\varphi_{ab}) - Q_{ac}\cos(\varphi_{ac}-\varphi_{ab})\} + P\sin(\varphi_P-\varphi_{ab}) \cdots\cdots (3)$$

但、　$-Q_{ab} = \frac{1}{\ell}(M_{ab}+M_{ba})$

$\sum$：ab を除く他の素材に関する

上式によつて M_{ab}, N_{ab}, M_{ba} が逐次既知の量を以て表はされる。

ii). bc に関する解

三角形についてその二辺が内力に関して既知なるとき他の一辺を弾性的に解かんとするもので、これには図－1について、三角形 abc の一辺 bc を実際に仮定しその上に単位力を與へて次の弾性働の条件式を成立せしめる

$$m_{bc}(JM_{ca} - 2JM_{ac} + 2JM_{ab} - JM_{ba})$$
$$- m_{bc}\left(\cot\angle c\,\frac{N_{ca}}{A} + \cot\angle b\,\frac{N_{ab}}{A}\right) + \ell\frac{N_{bc}}{A} = 0$$

但　$J = \frac{\ell}{6I}$

こゝに m_{bc} は a から bc への垂直距離であり、$\angle b$, $\angle c$ は三角形 abc の b c に於ける夾角である．また各素材の断面二次率、断面積，長さなどの記号 I. A. l などの添字はその所属の明かなる場合にはこれを省略する．

上式に $$m_{bc}(\cot\angle b+\cot\angle c)=l_{bc}$$

を代入することにより次式 (4)(i) が表はされ、同様に ca, ab を原線としての (4)(ii), (4)(iii) が得られる．

$$\left.\begin{array}{ll} JM_{ca}-2JM_{ac}+2JM_{ab}-JM_{ba}=a\delta_{bc} & (i) \\ JM_{ab}-2JM_{ba}+2JM_{bc}-JM_{cb}=b\delta_{ca} & (ii) \\ JM_{bc}-2JM_{cb}+2JM_{ca}-JM_{ac}=c\delta_{ab} & (iii) \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots (4)$$

但 $$a\delta_{bc}=\cot\angle b\frac{N_{ab}}{A}-(\cot\angle b+\cot\angle c)\frac{N_{bc}}{A}+\cot\angle c\frac{N_{ca}}{A}$$

$$b\delta_{ca}=\cot\angle c\frac{N_{bc}}{A}-(\cot\angle c+\cot\angle a)\frac{N_{ca}}{A}+\cot\angle a\frac{N_{ab}}{A}$$

$$c\delta_{ab}=\cot\angle a\frac{N_{ca}}{A}-(\cot\angle a+\cot\angle b)\frac{N_{ab}}{A}+\cot\angle b\frac{N_{bc}}{A}$$

$$a\delta_{bc}+b\delta_{ca}+c\delta_{ab}=0$$

上式(4) から N_{bc}, M_{bc}, M_{cb} を次の形式で抽出する

$$\frac{1}{A}N_{bc}=\frac{1}{\cot\angle b+\cot\angle c}\left(-JM_{ca}+2JM_{ac}-2JM_{ab}+JM_{ba}+\cot\angle c\frac{N_{ca}}{A}+\cot\angle b\frac{N_{ab}}{A}\right)\cdots\cdots (5)$$

$$JM_{bc}=JM_{ca}-JM_{ac}+0+JM_{ba}+b\delta_{ca}\cdots\cdots (6)$$

$$JM_{cb}=2JM_{ca}+2JM_{ac}+JM_{ab}+0+b\delta_{ca}\cdots\cdots (7)$$

M_{bc} と M_{cb} に対しては上式(6), (7) の代りに次式が成立されるから必要に応じ計算の照査として適用すればよいであらう．

$$JM_{bc}=-2JM_{ab}+2JM_{ba}+0+JM_{ac}-c\delta_{ab}\cdots\cdots (8)$$

$$JM_{cb}=-JM_{ab}+JM_{ba}+JM_{ca}+0-c\delta_{ab}\cdots\cdots (9)$$

格点 a に関する ab, bc の連接序列が図－1の如き右廻りなるに対し、その左廻りなる状態に於ては上式(5)～(9) についてその b と c を交代せる形式を以て適用すべきは言ふまでもないが，このことは弾性動の符号の関

係から、左廻り a, b, c の δ に対しては右廻りの δ の符号を変へて適用されることに相当する。

iii). 端材未知力と余材の処理

上弦計算の着手に於ける truss の両端材に対しては静平衡条件式 (1)～(3) が既知力をもって成立され得ないから、その N と M とを端材未知力として記号のまゝ、例へば荷重記号 P と共に、計算を進める。然るに計算が最終材に行けば弾性条件式 (5)～(7) の成立と同時に静平衡条件も適用されることになり、上述による条件連立から端材未知力の値が求まり、従って総ての解式が各自に既知量で表はされる。余材の存する場合もこれと同様に考へて処理される。即ち余材の存する格間に関する静平衡条件にはその内力 N', M' を記号のまゝ挿入すれば、余材のなす三角形と対材のなす三角形に共通の一素材がその格間を閉合するのでこれについて二通りの弾性条件式が連立するから N', M' が他の解式と同じ項で表はされ、以後の計算には N', M' が存せないことになる。

iv). 実用解法

以上の計算の主要部は全て以上の如くであるが、実際の計算では数係数の累加による計算誤差もあり可なり煩雑を免れないことが推知されるから一般式 (1)～(7) を分割して計算することが考へられる。

即ち後述の3分割計算による N と M の精確値の誘導法によれば良く、それによって、各素材の断面設計の調節が出来ることに於いて寧ろ良法であらう。

而して本法を述べるに先だち、次に N を主力、M を二次力とする推理に於て相通ずる二次力 M の単独解法について述べる。

2. 二次応力 M の解法

Truss を鉸結としての各素枝の N を適切な方法で算定すれば、図−1を参照し、ab に関しては式(1)と(5)を適用して、その Mab と Mba の各計算式を、次に bc に関して式(6)と(7)を適用して Mbc と Mcb の各計算式を表すもので、これらを計算に便利な様に一括して式(8)として次の3に再記してある。

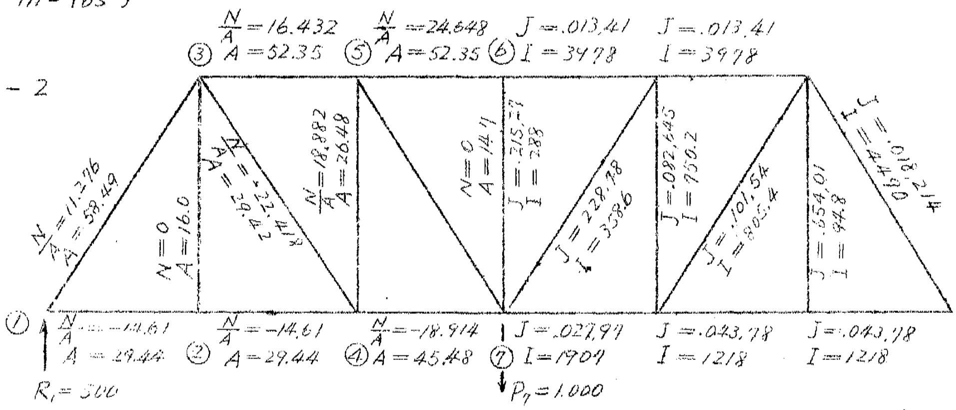
算式中の δ を既知力 N の値を與へて数値として計算することにより、その解答は従来周知の二次力解法のそれと一致するはずである。

次に計算の実例とする truss はその解答の精度の対照として従来※原文から数度引用された周知のものであり、こゝでも同じくこれを利用するわけである。

計算例 I.

図−2の Pratt truss の骨線形（前掲文献より引用せるもの）にその形状，断面の諸係数及び載荷などを示す。各素枝の二次力 M の算定（数量単位 in-lbs）

図−2



※ Johnson, Bryan and Turneaure : Modern Framed Structures. Part II.
Parcel and Maney : Statically Indeterminate Stress.
鷹部屋福平：撓角分配法によるトラスの2次応力計算に就て　土木学会誌 第21巻 第2号
鷹部屋福平，酒井忠明：橋梁トラスの剛節により生ずる2次応力の新算定法と其の二三の特性について、　土木学会誌 第23巻 第3号

△の材長，　$12=320$,　$13=490.7$,　$23=372$.

角の余接，　$\mathrm{Cot}\angle 1=0.860,2$　$\mathrm{Cot}\angle 3=1.162,5$

〔解〕

解式(8)を再記する．

$$\sum M_{ab}=0$$

	JM_{ca}	JM_{ac}	JM_{ab}	JM_{ba}	
$JM_{ba}=$	1	−2	2	0	$\mp a\delta bc$
$JM_{bc}=$	1	−1	0	1	$\mp b\delta ca$
$JM_{cb}=$	2	−2	1	0	$\mp b\delta ca$

但しδの正負の符号はabcの右廻りなるとき上号を，左廻りなるとき下号をとる．

解法計算に関する材端を12とする．

i) △132（右廻abcに相当）の13，12の計算

$${}_1\delta_{32}=1.162,5\,(N_{13}/A-N_{23}/A)=13.108$$

$${}_3\delta_{12}=0.860,2\,(N_{13}/A-N_{12}/A)=22.267$$

$$M_{13}=-M_{12}$$

$$JM_{13}=-.416\;JM_{12}$$

	JM_{21}	JM_{12}	JM_{13}	JM_{31}		JM_{12} JM_{21}
$JM_{31}=$	1	−2	2	0	$-{}_1\delta_{32}=$	$-2.832+1.0-13.108$
$JM_{32}=$	1	−1	0	1	$+{}_3\delta_{12}=$	$-3.832+2.0+9.159$
$JM_{23}=$	2	−2	1	0	$+{}_3\delta_{12}=$	$-2.416+2.0+22.267$

ii) △243（左廻りabc）の24，43の計算

$${}_2\delta_{34}=0.860,2\,(N_{24}/A-N_{34}/A)+1.162,5\,(N_{23}/A-N_{34}/A)=32.745$$

$${}_4\delta_{23}=1.162,5\,(N_{34}/A-N_{23}/A)=-26.061$$

$M_{24} = -M_{21} - M_{23}$

$JM_{24} \quad JM_{21} \quad .066{,}9\ JM_{23} \qquad\qquad \cdot 161{,}75\ JM_{12} - 1.134\ JM_{21} - 1.442$

	JM_{32}	JM_{23}	JM_{24}	JM_{42}		JM_{12}	JM_{21}
$JM_{42} =$	1	−2	2	0	$+2\delta_{34} =$	$1.323{,}5 - 4.267{,}8$	$- 5.615$
$JM_{43} =$	1	−1	0	1	$-4\delta_{23} =$	$-.092{,}4 - 4.267{,}8$	$+ 7.338$
$JM_{34} =$	2	−2	1	0	$-4\delta_{23} =$	$2.670 - 1.134$	$- 1.647$

iii) △354（右廻り abc）の 35, 54 の計算

$3\delta_{45} = 1.162{,}5\,(N_{34}/A - N_{45}/A) = -48.011$

$5\delta_{34} = 0.860{,}2\,(N_{35}/A - N_{34}/A) + 1.1625\,(N_{45}/A - N_{34}/A) = 81.481$

$M_{35} = -M_{31} - M_{32} - M_{34}$

$JM_{35} = -.736{,}08\ JM_{31} - .020{,}5\ JM_{32} - .132{,}03\ JM_{34}$

$= \qquad\qquad 2.515{,}6\ JM_{12} - .627{,}37\ JM_{21} + 9.678$

	JM_{43}	JM_{34}	JM_{35}	JM_{53}		JM_{12}	JM_{21}
$JM_{53} =$	1	−2	2	0	$-3\delta_{45} =$	$10.279 - 3.254{,}7$	$+ 78.0$
$JM_{54} =$	1	−1	0	1	$+5\delta_{34} =$	$12.856{,}7 - 6.388{,}6$	$+ 168.42$
$JM_{45} =$	2	−1	1	0	$+5\delta_{34} =$	$7671 - 6.895{,}2$	$+ 109.805$

iv) △475（左廻り cbc）の 47, 75 の計算

$4\delta_{57} = 0.860{,}2\,(N_{47}/A - N_{57}/A) + 1.162{,}5\,(N_{45}/A - N_{57}/A) = 70.502$

$7\delta_{45} = 1.162{,}5\,(N_{57}/A - N_{75}/A) = -59.205$

$M_{47} = -M_{42} - M_{43} - M_{45}$

$JM_{47} = -.638{,}7\ JM_{42} - .275{,}42\ JM_{43} - .338{,}4\ JM_{45}$

$= \qquad\qquad -3.415{,}6\ JM_{12} + 6.234{,}6\ JM_{21} - 35.351$

	JM_{54}	JM_{45}	JM_{47}	JM_{74}		JM_{12}	JM_{21}	
$JM_{74}=$	1	−2	2	0	$+{}_4\delta_{57}=$	−9.316.5	+19.871	−49.95
$JM_{75}=$	1	−1	0	1	$-{}_7\delta_{45}=$	−4.130.7	+20.377.6	+68.59
$JM_{57}=$	2	−2	1	0	$-{}_7\delta_{45}=$	+6.955.8	+7.247.7	+142.52

V). △567（右廻り abc）の 56, 67 の計算

$${}_5\delta_{67} = 1.162,5\,(N_{57}/A - N_{67}/A) = -37.255$$

$${}_6\delta_{57} = 0.860,5\,(N_{56}/A - N_{57}/A) + 1.162.5\,(N_{67}/A - N_{57}/A) = 86.024$$

$$M_{56} = -M_{53} - M_{54} - M_{57}$$

$$JM_{56} = -JM_{53} - .162,23\,JM_{54} - .058,78\,JM_{57}$$

$$= \qquad -12,774\,JM_{12} + 3.865\,JM_{21} - 113.76$$

	JM_{75}	JM_{57}	JM_{56}	JM_{65}		JM_{12}	JM_{21}	
$JM_{65}=$	1	−2	2	0	$-{}_5\delta_{67}=$	−43.589	+1[illegible].612	−406.63
$JM_{67}=$	1	−1	0	1	$+{}_6\delta_{57}=$	−54.676	+26.742	−394.55
$JM_{76}=$	2	−2	1	0	$+{}_6\delta_{57}=$	−34.946	+30.125	−175.56

中軸材 67 に関する曲モーメントの零なる條件から

	JM_{12}	JM_{21}		
$JM_{67}=0,$	−54.676	+26.742	−394.55	= 0
$JM_{76}=0,$	−34.946.5	+30.125	−175.56	= 0

これを解いて

$$JM_{12} = -10.092 \quad , \quad M_{12} = -230.4$$

$$JM_{21} = -5.875 \quad , \quad M_{21} = -134.3$$

これを各解式に與へて，

$$M_{13} = +230 \qquad M_{43} = +328 \qquad M_{47} = -1,342$$

$$M_{37} = +527 \qquad M_{34} = +313 \qquad M_{74} = -2,600$$

$$
\begin{array}{lll}
M_{32} = +55 & M_{35} = -896 & M_{75} = -41 \\
M_{23} = +53 & M_{53} = -493 & M_{57} = +130 \\
M_{24} = +81 & M_{54} = +922 & M_{56} = -560 \\
M_{42} = +140 & M_{45} = +873 & M_{65} = -3{,}483
\end{array}
$$

3、分割計算法によるM, Nの精確値の誘導

総数6つの一般解式を、Mが計算され得べき式(1), (4), (5), (6)とNが計算され得べき式(2), (3)とに二分割して処理するもので、先づ前者を図ー1或は図ー3を参照して計算に便利な形式に一括して再記すれば、

$$
\left.
\begin{array}{l}
M_{ab} = -(M_{ac} + M_{ad} + \cdots\cdots) \\[1em]
\begin{array}{lcccccc}
 & JM_{ca} & JM_{ac} & JM_{ab} & JM_{ba} & a\delta_{bc} & b\delta_{ca} \\
JM_{ba} = & 1 & -2 & 2 & 0 & -1 & 0 \\
JM_{bc} = & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
JM_{cb} = & 2 & -2 & 0 & 0 & 1 &
\end{array} \\[1em]
\text{但}\ a\delta_{bc} = \mathrm{Cot}\angle b \dfrac{N_{ab}}{A} - (\mathrm{Cot}\angle b + \mathrm{Cot}\angle c) \dfrac{N_{bc}}{A} + \mathrm{Cot}\angle c \dfrac{N_{ca}}{A} \\[1em]
\phantom{\text{但}\ } b\delta_{ca} = \mathrm{Cot}\angle c \dfrac{N_{bc}}{A} - (\mathrm{Cot}\angle c + \mathrm{Cot}\angle a) \dfrac{N_{ca}}{A} + \mathrm{Cot}\angle a \dfrac{N_{ab}}{A}
\end{array}
\right\} \cdots\cdots\cdots (8)
$$

本式(8)を前記二次力Mの第一解法と同様、処理するも特にそのδを展開形のまゝ計算を進めMをN/Aの函数形式として誘導する。故に任意の、M_{ab}, M_{ba}, M_{bc} の形式は次の様に表はされる

$$
\left.
\begin{array}{l}
M_{ab} = \cdots + k'_{ab} \dfrac{N_{ab}}{A} + k'_{ba} \dfrac{N_{ba}}{A} + k'_{bc} \dfrac{N_{bc}}{A} + \cdots\cdots\cdots \\[1em]
M_{ba} = \quad + k''_{ab} \ \text{〃} \quad + k''_{ba} \ \text{〃} \quad + k''_{bc} \ \text{〃} \ + \cdots\cdots\cdots \\[1em]
M_{bc} = \quad + k'''_{ab} \ \text{〃} \quad + k'''_{ba} \ \text{〃} \quad + k'''_{bc} \ \text{〃} \ + \cdots\cdots\cdots
\end{array}
\right\} \cdots\cdots (9)
$$

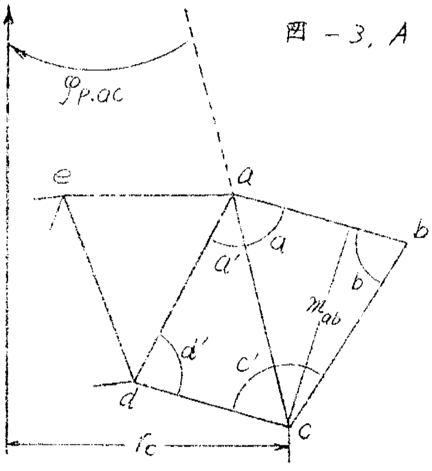
ここに夫々の係数kは各桁材のI及び材長lの積から成るもAには無関係の値である。而して任意のMの値の大小にはk N/Aの大小が影響すること

は明かで設計條件の許す限り断面Aの大さを調整して或程度までMの値を調整することが考へられる、然るにこの場合Aの変化に從ふIの変化による係数kの変化の範囲の比較的少ないことは便利である。

さらに上式(9)で表はされる各Mの精確な値はいふまでもなく各Nの最も精確な値によつて與へられる。例へば前計算例Ⅰに於ける如く、Nを鉸節の場合の値にとれば二次力としてのMの値(これを二次力の第一値と名づける)を得るが、このとき総ての直力即ちQとNとに関する平衡が成立し得ないことは明かである。即ちNだけが平衡し、Qが残るわけである。故にQと共に平衡すべき主力Nの値(これを主力の第二値と名づける)を次の静平衡式(10)〜(12)で算出する、このNは可なり精確な値でそれを上式(9)に代入することによりMの可なり精確な値、即ち二次力Mの第二値が求められる。トラスの各素材に比較的肥大なるものゝ存せない限りこれらの第二値が実用上満足される精確値である場合が多いと考へてよいであらう。

次の平衡式(10)〜(12)は一般式(2)、(3)を上述の計算に便利ならしむる様に消去法を適用して各Nを単独に抽出せることに相当するが、実際には次のN_{ab}について示す如く、弦材に対しては直接静モーメント法を適用することになる。

図－3, A



図－3, Aに示す任意の格間$abcd$に於ける直力の平衡条件から弦材ab, cdと腹材ac, adの各軸力Nの形式を表せばよいのであるが特にそのcdとadの代りにこれに相当するものを図－3, Bについて表せば、図－Aによるものと同一記号のab, acとし

て表はされるので各形式の内容に関してその対照が簡便になる．

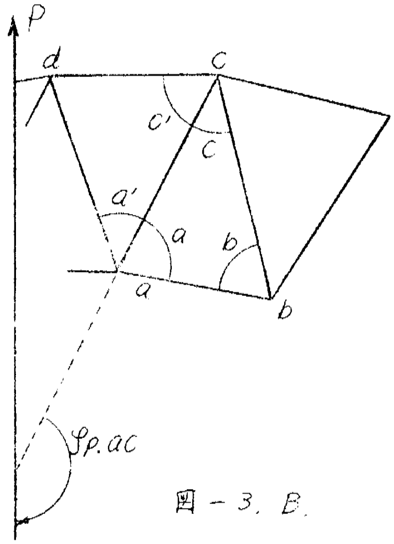
先ず上弦材に対して図,Aにより，C点を原点とする静モーメント法を適用して，

$$m_{ab}N_{ab} + m_{ab}\cot\angle b\, Q_{ba} + M_{ca} + M_{cd} - Pr_c = 0$$

ここに r はその添尾字格点から荷重力線への縦距を示す．上式に

$$m_{ab}(\cot\angle a + \cot\angle b) = \ell_{ab}$$

を與へて次式(10)Aが得られる



図－3．B．

同様に下弦材に対して図－BのC点に関する静モーメント法から次式(10)Bが得られ，同じものを参考までに図－Aについて表はして式(11)とする．

腹材に対しては図－Aの如く格間截面に於て下方の ac と図－Bに於ける如く上向の ac について夫々式(12)A及び(12)Bが表はされる．

$$N_{ab} = \frac{1}{\ell_{ab}}\Big\{-\cot\angle b\, M_{ab} + \cot\angle a\, M_{ba} + (\cot\angle a + \cot\angle b)(M_{ca} + M_{cd}) + (\cot\angle a + \cot\angle b)\, r_c P\Big\} \text{----(上弦材)----(10)A}$$

$$N_{ab} = -\frac{1}{\ell_{ab}}\{\text{仝　上}\} \text{------------(下弦材)----(10)B}$$

$$N_{cd} = \frac{1}{\ell_{cd}}\Big\{\cot\angle c'\, M_{dc} - \cot\angle d'\, M_{cd} - (\cot\angle c' + \cot\angle d')(M_{ad} + M_{ac}) - (\cot\angle c' + \cot\angle d')\, r_a P\Big\} \text{----(下弦材)----(11)}$$

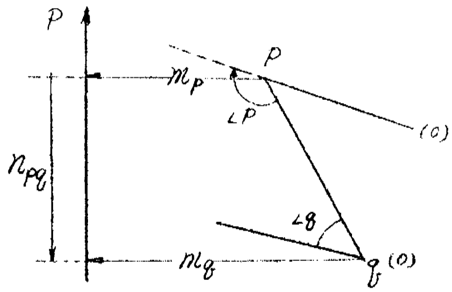
$$N_{ac} = -\frac{1}{\ell_{ac}}\Big\{(\cot\angle c + \cot\angle c')M_{ab} + (\cot\angle a + \cot\angle c)M_{ba} + \cot\angle c'\, M_{ac} + \cot\angle a\, M_{ca} + (\cot\angle a + \cot\angle a')M_{cd} + (\cot\angle a' + \cot\angle d)M_{dc}\Big\} - \frac{1}{\ell_{ac}}(r_c\cot\angle a - r_a\cot\angle c' + \ell_{ac}\cos\varphi_{p,ac})P \text{----(ac, 下向)--(12)A}$$

$$N_{ac} = \frac{1}{\ell_{ac}}\{\text{仝上}\} + \frac{1}{\ell_{ac}}(r_c\cot\angle a - r_a\cot\angle c' - \ell_{ac}\cos\varphi_{p,ac})P \text{----(ac, 上向)--(12)B}$$

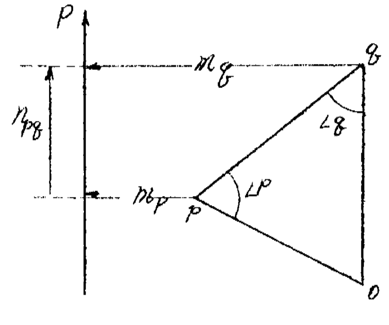
若し腹材 ac の対材として余材 bd が存する場合には(12) B の N_{ac} 式に N_{bd} としての記号を與へたものを各式(10)A～(12)A に挿入すればよいことになる。

鉸節軸力 N の一般式（参考）

上記各式(10)～(12) に於て $M=0$ とする N の値は云ふまでもなく鉸節の場合の軸力を示すものであつて、特に式(12) に於ける荷重 P に関する部分は静モーメント法に関する原点即ち ab と cd の交点の位置の不明なるものとして誘導せる形式であるが、この形式の誘導には次の如き解釈的定義を與ふることにより記憶に便ならしめる。



図－4



図－4に示す如く力学截面で p を面内，q を面外として切られた任意の pq 材に対し静モーメント法を適用し得べき原点 O の位置が手近に求められると否とに関せず、O 点の存在を仮定して pq が直線 op, oq となす右側内角を夫々 $\angle p$, $\angle q$ とし、pq の材長 l_{pq} の荷重 P の力線上への正射影を n_{pq} とすれば，軸力 N_{pq} の値は次の如く、p 点に関するモーメント Pm_p の $\cot\angle q$ 倍と q 点に関するモーメント Pm_q の $\cot\angle p$ 倍と Pn_{pq} との和を l_{pq} で除したもので表はされる。

$$N_{pq}=\frac{1}{l_{pq}}(m_p\cot\angle q+m_q\cot\angle p+n_{pq})P \quad \text{------------} \quad (13)$$

但し $\angle p$, $\angle q$：pq の右側内角を正値，左側内角を負値，

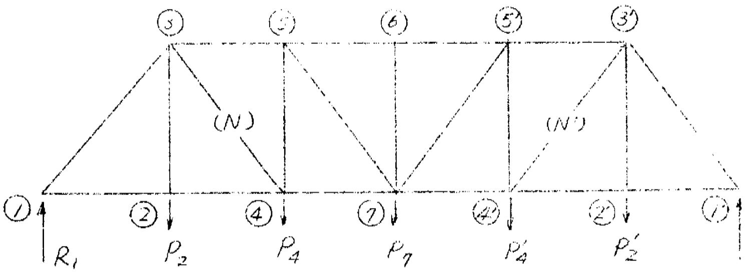
η_{pq} : P の方向なるを正値，反するものを負値

勿論本式の適用は多くの殺状解法に於ける如くモーメント原点 O の手近かに存する場合には簡便とは考へられない．

計算例 Ⅱ．

計算例Ⅰの両端固節トラスに於て、図－5に示すが如く、対称軸67を界としてその右側の荷重、軸力、モーメントの各記号に総て ′ を附して P_2'…，N_{12}'…，M_{12}'…，として表はす　式(9)及び式(10)～(12)　即ち M を函数 (N/A) で表はし及び N の静平衡式 $(M.P)$ を誘導し特に M の値に影響する N/A の値の調整について考究。

図－5



〔解〕

前記と同様の計算を δ の N/A 展開形．

$$_1\delta_{23} = 1.162,5\,(S_{13} \sim S_{23})$$

－－－－－－－－－－－

$$_6\delta_{57} = .860,2\,(S_{56}) - 2.022,7\,(S_{57}) + 1.162,5\,(S_{67})$$

但　$S = N/A$

で進めて対称軸に関する M_{76} の計算式まで求める．

$$[illegible] = -155.476\,(\Delta M_{12}) + 54.901\,(\Delta M_{21}) - 63.823\,(S_{13}) + 63.823\,(S_{23})$$

$$[illegible] = -5.459\,(\Delta M_{12}) + 3.018\,(\Delta M_{21}) - .462,2\,(S_{13}) - 1.315,5\,(S_{12})$$
$$+ 1.777,5\,(S_{23})$$

－－－－－－－－－－－

$$M_{76}=162.341(JM_{12})+139.942(JM_{21})+6.782(S_{13})-11.265,4(S_{35})$$
$$+3.996,2(S_{56})-36.238,6(S_{12})-33.617,9(S_{24})+7.992(S_{47})$$
$$-8.310,6(S_{23})+104.623,4(S_{34})-11.652,3(S_{45})-27.871,7(S_{57})$$
$$+5.400,3(S_{67})$$

ここで左半部の各 N に $\pm\frac{1}{2}N'$ を，右半部の各 N' に $\pm\frac{1}{2}N$ を與へて二通りの載荷状態を仮定し，

対称載荷： 左側 $\frac{1}{2}(N+N')$， 右側 $\frac{1}{2}(N'+N)$，

逆対称載荷： 〃 $\frac{1}{2}(N-N')$， 〃 $\frac{1}{2}(N'-N)$，

の各条件として，

対称条件： $M_{67}=0$， $M_{76}=0$

逆対称条件： $2M_{65}+M_{67}=0$， $2(M_{74}+M_{75})+M_{76}=0$

を與へて JM_{12}，JM_{21} を解けば

	S_{13}	S_{35}	S_{56}	S_{12}	S_{24}	S_{47}	S_{23}	S_{34}	S_{45}
$JM_{12}=$	$-.604,48$	$-.003,77$	$.001,96$	$.014,37$	$-.021,17$	$.007,73$	$.798,91$	$.016,35$	$-.205,91$
$JM_{21}=$	$-.748,70$	$.073,44$	$-.013,10$	$.241,73$	$.215,05$	$-.044,18$	$.983,33$	$-.123,01$	$-.143,34$

S_{57}	S_{67}
$-.018,13$	$.654,66$
$.139,70$	$.024,82$

S'_{13}	S'_{35}	S'_{56}	S'_{12}	S'_{24}	S'_{47}	S'_{23}	S'_{34}	S'_{45}	S'_{57}
$10^{-3}(-.286$	$-.613$	2.125	$-.082$	$-.092$	$.433$	1.425	2.374	-9.594	$-7.466)$
$10^{-3}(-1.334$	1.972	-10.718	$.456$	$.506$	-3.456	4.526	-4.038	-23.390	$29.774)$

但 $S=N/A$

これを前式に代入して總ての M が N/A の値で求まり，それを次に表記する。各 M について S の係数を第1列に，S' の係数を第2列に記す，

	S_{13} / S'_{13}	S_{35} / S'_{35}	S_{56} / S'_{56}	S_{12} / S'_{12}	S_{24} / S'_{24}	S_{41} / S'_{42}	S_{23} / S'_{23}	S_{34} / S'_{34}	S_{45} / S'_{45}	S_{57} / S'_{57}	S_{67}
M_{12}	-13.806	-.086	.045	-.328	-.483	.177	18.247	.373	-4.703	-.414	1.249
	-.006	-.014	.040	-.002	-.002	.010	.033	.054	-.219	-.170	0
M_{21}	-7.100	1.677	-.297	5.521	4.912	-1.009	22.459	-16.515	-3.274	3.191	.567
	-.037	.045	-.245	.010	.011	-.079	.103	-.092	-.534	.680	0
M_{13}	13.806	.086	-.045	.328	.483	-.177	-18.247	-.373	4.703	.414	-1.249
	.006	.014	-.040	.002	.002	-.010	-.033	-.054	.219	.176	0
M_{31}	-10.444	4.618	-1.082	15.506	15.099	-3.628	-6.402	-42.239	24.122	10.488	-10.815
	-.019	.204	-.919	.038	.042	-.257	.027	-.591	.207	2.195	0
M_{32}	.190	.47	-.052	-.492	.482	-.180	.104	-2.307	.768	.533	-.344
	-.002	.010	-.045	.002	.002	-.013	.005	-.026	-.015	.105	0
M_{23}	1.229	.238	-.047	-.525	.736	-.164	.056	-2.276	.322	.494	-.125
	-.003	.008	-.041	.002	.002	-.012	.009	-.021	-.036	.119	0
M_{24}	15.840	-1.916	.346	-4.997	-5.647	1.173	-22.513	18.784	2.951	-5.684	-.441
	.023	-.053	.285	-.012	-.013	.091	-.112	.113	.568	-.799	0
M_{42}	5.477	-7.212	1.336	-1.119	-1.955	4.539	-18.597	24.775	7.747	-14.164	-.767
	.121	-.211	1.104	-.047	-.052	.350	-.398	.465	1.990	-3.127	0
M_{43}		-3.083	.549	-.541	-.548	1.850	3.737	-.993	6.260	-5.855	-1.093
	.050	-.024	.448	-.019	-.021	.145	-.191	.168	.988	-1.245	0
M_{34}	.792	-.121	.095	-1.954	-1.843	.290	2.357	-3.804	7.015	-1.083	-1.715
	.022	-.006	.064	-.003	-.003	.087	-.088	-.017	.513	-.036	0
M_{35}	9.363	-4.144	.245	-13.260	-14.036	3.518	3.940	48.351	-31.927	-9.938	9.095
	.019	-.207	.900	-.037	-.041	.243	.056	.634	-.706	-2.794	0
M_{53}	3.058	-20.719	4.681	-4.044	-4.277	18.654	.486	60.092	-35.360	-47.763	35.885
	.105	-.952	4.231	-1.111	-.194	1.171	-.006	2.800	-1.677	-12.952	0
M_{54}	-1.072	4.145	1.317	.855	.899	4.618	1.715	-11.272	7.181	-13.619	6.585
	.059	-.248	1.149	-.048	-.053	.334	-.128	.681	.316	-3.463	0
M_{45}	-1.628	3.931	1.274	.930	.919	4.404	5.969	-9.723	6.913	-13.338	3.003
	.085	-.222	1.010	-.046	-.051	.328	-.245	.557	1.061	-3.177	0
M_{47}	-2.774	6.424	-3.159	1.427	1.593	-10.793	10.828	-14.059	-20.872	33.357	-1.141
	-.263	.514	-2.647	.112	.124	-.923	.825	-1.190	-4.042	7.549	0
M_{74}	-1.162	1.862	-9.959	.418	.464	-3.206	3.079	-3.956	-19.818	32.972	-.571
	-.853	1.605	-8.322	.352	.429	-2.600	2.741	-3.660	-13.423	7.549	0
M_{75}	.055	.300	-1.206	.053	.054	-.315	-.709	-1.048	2.763	-1.156	1.228
	.114	.187	-.996	.042	.310	-.315	.379	-.404	-1.916	2.795	0
M_{57}	-.068	.442	-.356	.178	.188	-1.168	-.307	-2.847	2.731	-1.210	2.456
	-.051	.044	-.276	.012	.014	-.097	.187	-.056	-1.036	.718	0
M_{56}	-1.917	15.631	-5.641	3.641	3.189	-20.105	-1.954	-45.993	26.448	62.642	-44.920
	-.112	1.152	-5.114	.210	.234	-1.325	-.052	-3.426	2.397	15.697	0
M_{65}	-.606	4.396	-19.665	.895	.901	4.890	-.899	-12.923	18.601	48.476	-66.818
	-.425	3.995	-17.791	.732	.814	-4.017	-.038	-11.818	7.444	54.504	0
M_{67}	.093	-.400	.871	-.078	-.086	.540	-.199	1.103	.470	-5.600	0
	-.093	.400	-.871	.078	.086	-.540	.199	-1.103	-.470	5.600	0
M_{76}	.140	-.376	1.845	-.077	-.086	.554	-.398	.870	1.715	-5.380	0
	-.140	.376	-1.845	.077	.086	-.554	.398	-.870	-1.715	5.380	0

この計算結果によつて知られることは夫々のMの大小は一般に各材のN/Aの大小、従つてその伸縮の大小に影響され、及び特に各腹材の係数値の大なることがMの値を著しく大ならしむることである．故にMの値を軽減せんには各腹材のN/Aを許す限り大ならしめないことにあるは明であつて、腹材を鉸節の計算法により極度に経済的ならしむることは剛節に対して不利である．また各材の断面を大小不揃にすることはその局面のMの値を大ならしめて設計上不利なるは周知の通りである．故にこの場合考えらるべきことは連接する各腹材の断面Aを多少大きくとりN/Aを一様にせずとも左右側へ成るべく漸変する様にして格点変位の凹凸を軽減せしむる様にすることであらう．

上式のNの値には最初に鉸節としての軸力即ち主力の第1値が代入されるも、必要なれば次にNの計算式により精確なる主力の第2値が与へられる．

Nの静平衡式は図－5を参照して次の如く表はされる．

$$N_{13} = .002{,}37\,M_{12} + .001{,}75\,M_{31} + .004.12\,M_{21} + 1.319\,R_1$$

$$N_{35} = .002.69\,(M_{53} + M_{43} + M_{42}) + .860.2\,(2R_1 - P_2)$$

$$N_{56} = .002{,}69\,(M_{65} + M_{75} + M_{74}) + .860{,}2\,(3R_1 - 2P_2 - P_4)$$

$$N_{12} = -.002{,}69\,(M_{21} + M_{31}) - .860{,}2\,R_1$$

$$N_{24} = -.002{,}69\,(M_{21} + M_{31} + M_{32} + M_{23}) - .860{,}2\,R_1$$

$$N_{47} = .002{,}69\,(M_{47} + M_{57} + M_{56}) - .860{,}2\,(2R_1 - P_2)$$

$$N_{23} = .003{,}12\,(-M_{12} - M_{21} + M_{24} + M_{42}) - P_2$$

$$N_{34} = -.003{,}12\,(M_{24} + M_{42} + M_{35} + M_{53}) - .001{,}75\,(M_{34} + M_{43}) - 1.319{,}1\,(R_1 - P_2)$$

$$N_{45} = .003{,}12\,(M_{35} + M_{53} + M_{47} + M_{74}) + (R_1 - P_2 - P_4)$$

$$N_{57} = -.033{,}12\,(M_{56} + M_{65} + M_{47} + M_{74}) - .001{,}75\,(M_{57} + M_{75}) - 1.319{,}1\,(R_1 - P_2 - P_4)$$

$$N_{67} = .003{,}12\,(M_{56} + M_{65} - M_{65'} - M_{5'6})$$

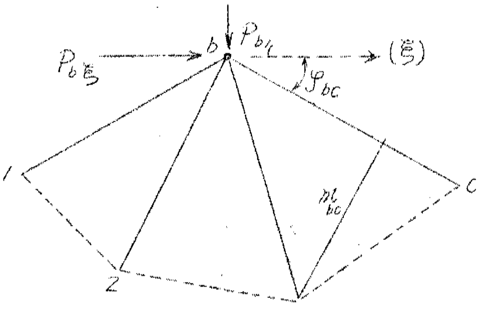
但　$R_1 = \frac{l}{6}(5P_2 + 4P_4 + 3P_7 + 2P_4' + P_2')$

上式に於て$M=0$とするNの値は言ふまでもなく鉸節としての値である，一例として計算例Ⅰの場合をとり$P_7=1000$を與へた各Mの値によるNの修正値は極めて小であり、從つてN及びMの各第1値が可なり精確なものとなる．

Ⅱ．變形解法によるM，Nの算定

4．一般解式の誘導

周知の撓角撓度法の原理を格点變形として変角θ，水平変位ξ及び重量変位ηが仮定される三角結構に適用するものであるから、撓角撓度法の一般的拡張と言いうる．



図－6

図－6は剛節トラスの任意格点bに結節する素材群b1，---bcと格点荷重$P_{b\xi}$，$P_{b\eta}$との釣合を示すもので、これに関する静平衡条件は前式(1)，(2)，(3)を直交座標(ξ，η)によつて示すことにより，

$$\sum M_{bc} = 0 \quad \text{------} \quad (1)'$$

$$\sum(N_{bc}\cos\varphi_{bc} + Q_{bc}\sin\varphi_{bc}) - P_{b\xi} = 0 \quad \text{---------} \quad (2)'$$

$$\sum(N_{bc}\sin\varphi_{bc} - Q_{bc}\cos\varphi_{bc}) - P_{b\eta} = 0 \quad \text{--------} \quad (3)'$$

但　$lQ_{bc} = -(M_{bc} + M_{cb})$

ここにM，N，Qに関する弾性変形式は図－7に示すbcがb'c'への変位による幾何的関係を参照して、Mについては撓角撓度式を補足し、Nにつ

いてはそれが変角θには無関係に軸伸縮のみに関することから夫々次の如く表はされる。

各変形の符号に対してはθの右廻転を、ξの右方変位を、ηの下方変位を何れも正値とする。

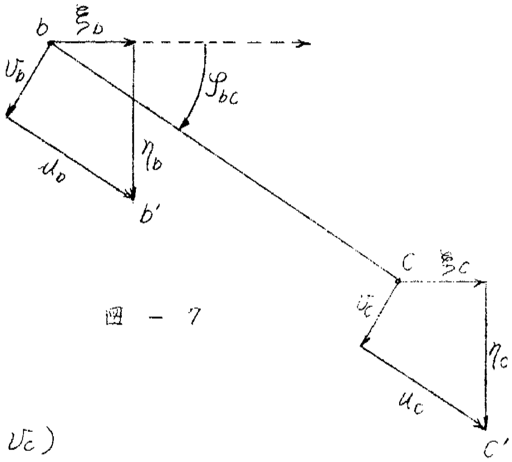


図 − 7

$$M_{bc}=\frac{2EI}{\ell}(2\theta_b+\theta_c)+\frac{6EI}{\ell^2}(v_b-v_c)$$

$$=\frac{2EI}{\ell}(2\theta_b+\theta_c)+\frac{6EI}{\ell^2}\left\{-(\xi_b-\xi_c)\sin\varphi_{bc}+(\eta_b-\eta_c)\cos\varphi_{bc}\right) \quad \text{-----}(13)$$

$$N_{bc}=\frac{EA}{\ell}(u_b-u_c)$$

$$=\frac{EA}{\ell}\left\{(\xi_b-\xi_c)\cos\varphi_{bc}+(\eta_b-\eta_c)\sin\varphi_{bc}\right\} \quad \text{-------}(14)$$

$$\theta_{bc}=-\frac{1}{\ell}(M_{bc}+M_{cb})$$

$$=-\frac{6EI}{\ell^2}(\theta_b+\theta_c)+\frac{12EI}{\ell^3}\left\{(\xi-\xi_c)\sin\varphi_{bc}-(\eta_b-\eta_c)\cos\varphi_{bc}\right\} \quad \text{----}(15)$$

式(13)～(15)を上記静平衡式に代入して、

$$\Sigma\left\{\frac{2EI}{\ell}(2\theta_b+\theta_c)-\frac{6EI}{\ell^2}(\xi_b-\xi_c)\sin\varphi_{bc}+\frac{6EI}{\ell^2}(\eta_b-\eta_c)\cos\varphi_{bc}\right\}=0 \quad \text{----}(16)$$

$$\Sigma\left\{\frac{6EI}{\ell^2}(\theta_b-\theta_c)\sin\varphi_{bc}-\left(\frac{12EI}{\ell^3}\sin^2\varphi_{bc}+\frac{EA}{\ell}\cos^2\varphi_{bc}\right)(\xi_b-\xi_c)+\left(\frac{12EI}{\ell^3}-\frac{EA}{\ell}\right)\sin\varphi_{bc}\cos\varphi_{bc}(\eta_b-\eta_c)\right\}=-P_{b\xi} \quad \text{-----}(17)$$

$$\Sigma\left\{\frac{6EI}{\ell^2}(\theta_b+\theta_c)\cos\varphi_{bc}-\left(\frac{12EI}{\ell^3}-\frac{EA}{\ell}\right)\sin\varphi_{bc}\cos\varphi_{bc}(\xi-\xi_c)+\left(\frac{12EI}{\ell^3}\cos^2\varphi_{bc}+\frac{EA}{\ell}\sin^2\varphi_{bc}\right)(\eta_b-\eta_c)\right\}=P_{b\eta} \quad \text{----}(18)$$

本式(16)～(18)を総ての移動格点に適用して、そのθ, ξ, ηの値が求まり、それよりM, Nの値が定まるが、実際に於て数多き連立式を計算誤差なくして解くことに多大の時間と根気を要するのでトラス構成の性質上より次の如き実用的解法が簡便に考へられる。

5. 鉸結変位 ξ, η より変角 θ の解法

（撓角分配の迅速法）

本法は前節2，二次力 M の解法に相当するもので一般式の(17),(18)に対し $I=0$ を仮定して計算する一種の分割解法である。

$$\sum \frac{2EI}{l}(2\theta_b+\theta_c) = \sum \frac{6EI}{l^2}\{(\xi_b-\xi_c)\sin\varphi_{bc} - (\eta_b-\eta_c)\cos\varphi_{bc}\} \quad \text{----（前出）(16)}$$

$$\sum \frac{EA}{l}\{(\xi_b-\xi_c)\cos^2\varphi_{bc} + (\eta_b-\eta_c)\sin\varphi_{bc}\cos\varphi_{bc}\} = P_{b\xi} \quad \text{---------- (19)}$$

$$\sum \frac{EA}{l}\{(\xi_b-\xi_c)\sin\varphi_{bc}\cos\varphi_{bc} + (\eta_b-\eta_c)\sin^2\varphi_{bc}\} = P_{b\eta} \quad \text{---------- (20)}$$

この解法では先ず式(19),(20)により鉸節としての格点変位 ξ, η を求めそれを式(16)に与へて変角 θ を算出することになり、従来剛節トラスの二次力の間接解法として既知のものであるが、ここでは θ の繰返やし計算に対し迅速収斂法を与へるものである。

図－5に於て bc の作用力 M, N による弾性中立軸の bc からの任意縦距を y とすれば、

$$\int_b^c \frac{N_{bc}}{EA}dl = \int_b^c y\frac{M}{EI}dl = y_0\int_b^c \frac{M}{EI}dl = y_0(\theta_b-\theta_c)$$

ここに y_0 は bc の弾性中立軸に於ける廻転量の力学的重心への bc からの縦距であつて、その数値は M の未知なる間は未知量であるが、この場合鉸節トラスを仮定する範囲に於てはこれを N_{bc} の静モーメント解法に関するモーメント原点までの距離として y_0 を m_{bc} にとる。従つて、

$$y_0 \fallingdotseq \pm m_{bc}, \quad \pm\frac{N_{bc}l}{m_{bc}A} = E(\theta_b-\theta_c) \quad \text{------------ (21)}$$

但 ±：bc を左右にしてその上方にある m_{bc} に ＋，

〃　下方　〃　－

この計算を弦材に直接適用し、それを腹材に代入すれば便利であろう。故に式(16)の適用による θ_b, θ_c ----- の連立式に於ける $\sum M_b=0$ の列に対し、

$$E(\theta_b-\theta_c)=\frac{N_{bc}\,l}{n_{bc}A}=\Delta l_{bc},\ \text{------},\quad E(\theta_b-\theta_1)=\Delta l_{b1}$$

を與へて $\theta_1 \cdots \theta_1$ を消去して θ_b の第1値を得れば、以下の計算を相互代入法として θ の精確値に達することになる。

計算例 Ⅲ.

前例Ⅰ，図－2の剛節トラスについて，$P_7=1000$ を與え，鉸節としての変位 ξ，η により変角 θ の算定（in－lb 単位）

〔解〕

格点変位の計算には支点1を転子端とし垂直対称軸67を水平移動の零位置と仮定する.

水平変位 ξ の値は N 変形式(14)を水平材に逐次適用して求める、即ち、

$$E(\xi_b-\xi_c)=\frac{N_{bc}\,l}{A}\quad \text{より}.$$

$$E\xi_6=0\qquad E\xi_7=0$$

$$E\xi_5=\frac{N_{56}\,l}{A}=7.887,\qquad E\xi_4=\frac{N_{47}\,l}{A}=-6.053$$

$$E\xi_3=7.887+\frac{N_{35}\,l}{A}=13,145\qquad E\xi_2=-6,053+\frac{N_{24}\,l}{A}=-10.728$$

$$E\xi_7=-10.728-4,675=-15,403$$

垂直変位 η の値は腹材の N 変形式から求める.

$$E(\eta_b-\eta_c)=\frac{N_{bc}\,l}{A\sin\varphi_{bc}}-E(\xi_b-\xi_c)\cot\varphi_{bc}\quad \text{より}.$$

$$E\eta_1=0$$

$$E\eta_3=5.533/.7581-(13,145+15,403)(-.8602)=31,855$$

$$E\eta_2=E\eta_3=31,855$$

$$E\eta_4=31,855+(-11,005)/-.758,1-(-6,053-13,145)(.860,2)=\text{[illegible]}$$

本法解式(16),(19),(20)の内容については、工学博士 三瀬幸三郎、昭和4年万国工業会議論文集 General Solution of Secondary Stresses：
変角 θ の分配法については，前揭 工学博士 鷹部屋福平論文を参照されたい，

$E\eta_5 = 62,880 + 7,025 = 69,905$

$E\eta_7 = 69,905 + (-15,725)/-.758,1 - (-7,889)(.860,2) = 97,432$

$E\eta_6 = E\eta_7 = 97,432$

格点変角の相対値 $\theta_b - \theta_c$ を，

$E(\theta_b - \theta_c) = \dfrac{N_{bc}\,\ell}{n_{bc}\,A}$ より

$E(\theta_1 - \theta_2) = -4,675/372 = -13$, $E(\theta_1 - \theta_3) = 5,533/-242 = -23$

$E(\theta_2 - \theta_4) = -13$, $E(\theta_3 - \theta_5) = 5,258/-372 = -14$

これより，

$E(\theta_2 - \theta_3) = -10$, $E(\theta_3 - \theta_4) = -3$, $E(\theta_4 - \theta_5) = -11$

M 変形式 (13)：

$M_{12} = 7.61(2\theta_1 + \theta_2) + .071,37(-31,855) = 7.61(2\theta_1 + \theta_2) - 2,274$

$M_{13} = 18.30(2\theta_1 + \theta_3) + .111,28\{48,548(-.7581) - 31,855(.6521)\}$

$= 18.30(2\theta_1 + \theta_3) - 4,744$

— — — — — —

$M_{56} = 24.86(2\theta_5 + 0) + .233.086(69,905 - 97,432) = 24.86(2\theta_5) - 6,416$

平衡条件式 (16) を適用せる連立式：

	$E(\theta_1$	θ_2	θ_3	θ_4	$\theta_5)$	
$\sum M_1$:	51.82	7.61	18.30			$-7,020 = 0$
$\sum M_2$:	7.61	30.96	.51	7.61		$-4,589 = 0$
$\sum M_3$:	18.30	.51	93.42	3.28	24.86	$-14,415 = 0$
$\sum M_4$:		7.61	3.28	53.69	4.03	$-7,224 = 0$
$\sum M_5$:			24.86	4.03	110.43	$-15,968 = 0$

これを次の如く書く．

	$E(\theta_1$	θ_2	θ_3	θ_4	$\theta_5)$		Ⅰ値	Ⅱ値	Ⅲ値
$E\theta_1 =$	0	$-.148$	$-.352$			135.5	= 84	= 85.1	= 85.1
$E\theta_2 =$	$-.242$	0	$-.016$	$-.242$		146	= 97	= 98.1	= 98

$E\theta_3 =$	$-.195$	$-.005$	0	$-.035$	$-.265$	$153 = 102 = 101.7 = 101.7$
$E\theta_4 =$		$-.142$	$-.061$	0	$-.075$	$134 = 106 = 105.5 = 105.4$
$E\theta_5 =$			$-.226$	$-.036$	0	$144.5 = 117.5 = 111.7 = 117.8$

本式に上記θの相対値を代入し、その右に連続して示す如く各θのⅠ値を次にⅠ値を代入して各θのⅡ値を，同様にして各θのⅢ値を得，それを正解とする．

6．直接解法と間接解法について．

以上の如くして・i)M, Nの直接解法では例解Ⅱに於ける如くMをN/Aの函数として設計上の断面調整をなし得るに対し間接解法では単に既定の材件による検定計算がなさるゝに過ぎないことになる．ii)また直接解法ではM, Nの値を求むるまでの計算誤差が比較的少いが間接解法では可なり誤差が生ずる．例へばM変形式(16)に於ける$(\xi_b-\xi_c)$，$(\eta_b-\eta_c)$の各係数を小数4～5位までも精細にせないとMの値が精確性を失ふ、これ相対変位を取扱ふによるからである．iii)間接解法について例解Ⅱと同様の分割解法即ち，ΣM式と$\Sigma(N,\theta)$式との分割繰返し解法が考へられ得るも，変位の存する場合，収斂法が促進せず容易に解答に達せないので一応の計算を試みたのであるがその結果を載せないことにした，その計算の経過としては各ξ, ηの固定値即ち，解答に達する可なり以前に於ても，それらの相対値$(\xi_b-\xi_c)$ $(\eta_b-\eta_c)$に大した差異が認められないのであり、これ即ち相対値に関しては（採用せるトラスの形式にもよるが）鉸節状態と雖も剛節状態に近いのでこれらの間のNの値の大なる差異の存せない一つの理由となることが推知される．iv)斯くして間接解法は余材の多数ある複雑な構成に適用して機械的に解答を求むることに於て便利であるが、普通には直接解法が設計解法の目的に叶ふものと思ふ．