

水平面上の粒子サーマルの数値解析

九州工業大学 正会員 秋山壽一郎, 重枝未玲, 九州工業大学大学院 学生会員 ○賀籠六 淳一

1. はじめに

粒子サーマル現象は、水門の開放による濁水の清水域への広がりや土砂直投工による濁りの発生など、水質汚濁現象と密接に関係した極めて重要な固-液混相乱流現象である。本研究は、堆積メカニズムを考慮した3次元数値モデルに基づき、一般にその数値予測が難しい粒子サーマル現象の再現を試みたものである。

2. 数値モデルの概要

数値モデルとして、粒子サーマルの粒子粒径および沈降速度が比較的小さく、粒子の速度と流体の鉛直速度は沈降速度だけ異なると仮定した、一流体モデルを採用する。

基礎方程式は、ブシネスク近似を施した運動方程式、粒子の沈降速度を考慮した体積濃度の移流拡散方程式および連続の式であり、それぞれ式(1), (2), (3)で表される。ここに、 t =時間, x, y, z =流下, 横断, 鉛直方向, u, v, w = x, y, z 方向の流速,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{\partial ww}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \varepsilon g$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial vC}{\partial y} + \frac{\partial (w+W_s)C}{\partial z} = D_m \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3) \quad D = \alpha W_s C_b \quad (4)$$

p =圧力, C =体積濃度, g =重力加速度, ε =相対密度差($C \cdot s = (\rho - \rho_a) / \rho_a$), s =粒子の水中比重, ρ =濁水の密度, ρ_a =周囲水の密度, ν =水の動粘性係数, D_m =物質拡散係数, S_{cr} =シュミット数である。また、式(3)中の W_s は粒子の沈降速度で Rubey の式より求める。基礎方程式は、スタガード格子を用いた SMAC 法に基づき離散化を行った。移流項については MUSCL 法を、圧力項, 粘性項および連続の式については中心差分を適用した。浮遊粒子の底面への堆積は、式(2)の境界条件として、式(4)の沈降粒子濃度フラックス D を与え、これらが底面から流出させることで表現した。ここに、 α =底面への堆積率を規定するパラメーター, C_b =底面近傍での粒子濃度である。

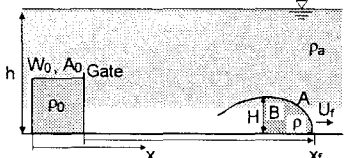


図-1 水平面上の粒子サーマルと特性能

表-1 実験条件

Case	h (m)	A_0 (m×m)	ε_0	W_0 (m ³ /s ²)
GP1	0.5	0.20×0.20	0.0125	0.00490
GP2	0.9	0.36×0.36	0.0039	0.00490

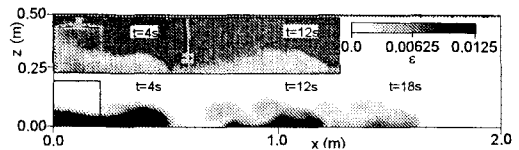


図-2 各時間における流況写真と相対密度差コンター図 (上段:実験結果, 下段:数値解析結果)(Case GP1)

3. モデルの検証

本数値モデルを、幅の狭い2次元水路での粒子サーマル¹⁾と軸対称粒子サーマル²⁾の実験結果に適用する。いずれの計算においても $\nu=1.0 \times 10^{-6}$ (m²/s), $S_{cr}=1.0$, $\alpha=2$ とした。

(1) 2次元水路における粒子サーマル¹⁾

実験には、長さ7.5m, 幅0.1m, 高さ1.22mの前面アクリル製の水槽が用いられている。

図-1に示すように、粒子と水を混合した初期単位幅体積 A_0 および初期総有効重力 $W_0 (= \varepsilon_0 g A_0)$ の濁水を底面に設置された流入装置に満たし、流入装置前面の仕切りゲートを瞬間的に開放することでサーマルを発生させている。ここに、 ε_0 =初期相対密度差である。粒子には中央粒径 $d=0.044$ mm, 水中比重

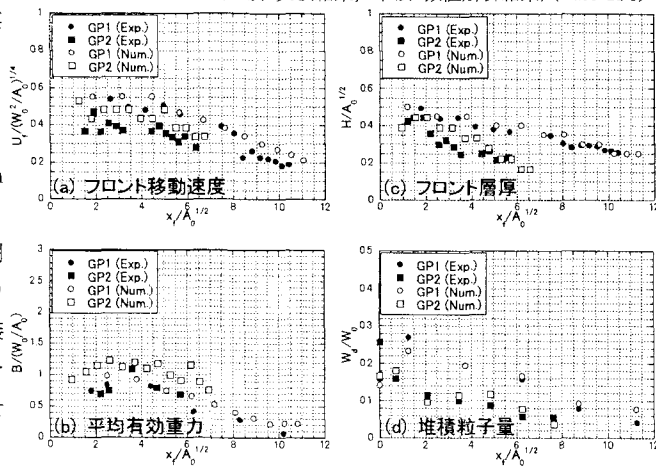


図-3 2次元水路での粒子サーマルの実験結果と計算値との比較

$s=1.47$ のガラスビーズを用いた。表-1 の実験条件の下、フロント位置 x_f 、層厚 H および面積 A 、平均有効重力 B 、堆積粒子量 W_d が測定されている。

表-2 実験条件

h (m)	V_0 (m×m×m)	ϵ_0	W_d (m ⁴ /s ²)
0.14	0.306×0.038×0.14	0.043	0.000687

図-2 は、Case GP1 の流況写真と相対密度差の計算値との比較を行ったものである。これより、流入装置から瞬間的に放出された濁水がフロントを形成しながら流下し、周囲水の連行と粒子の沈降によりフロント内部の相対密度差が減少する様子が確認できる。

Case GP1 の結果について考察する。移動速度 U_f と B は、 $x_f/A_0^{1/2} \leq 6$ で計算および実験結果のいずれもほぼ一定値を取り、その後フロントの前進とともに減少すること(図-3(a), (b)), H は、計算結果および実験値のいずれもフロントの前進に伴い減少していること(図-3(c)), W_d は、 $x_f/A_0^{1/2}=1.25$ ($x_f=0\sim 0.5m$) で最大となり、 $x_f/A_0^{1/2}$ の増加とともに減少すること(図-3(d)), などが確認できる。本モデルは、いずれの特性量についてもほぼ再現している。次に、Case GP2 の結果について考察する。 W_d に着目すると、計算結果は流入装置内($x_f/A_0^{1/2}=0$)で実験値より小さくなっている(図-3(d))。このため、駆動力となる総有効重力が過大評価され、 U_f 、 B 、 H の計算結果は実験値に比べ若干大きくなる(図-3(a)~(c))。しかし、本モデルは、いずれの特性量についてもその傾向を良く再現している。

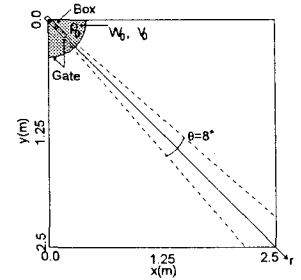


図-4 実験装置と計算領域の概要

(2) 軸対称粒子サーマル²⁾

実験は、図-5 中の破線で示す拡がり角度 8° の漸拡水路で行われている。水路上流端には長さ 0.306m、幅 0.038m ボックスが設置されており、その中に表-2 に示す条件で濁水が満たされている。粒子には、 $d=0.023mm$ 、 $s=2.217$ の炭化珪素製が用いられている。粒子サーマルは、ボックス前面に設置されたゲートを瞬間的に開放することで発生させている。時間 t でのフロント位置 r_f と単位面積あたりの堆積粒子量 W_d が測定されている。現象は軸対称あるいはそれに極めて近いと考えられるので、図-4 の実線で示すような計算領域で解析を行った。初期条件としては、図-5 中の薄く塗りつぶした扇形の領域(中心角 90° 、半径 0.41m)において、中心角 8° ごとに表-2 の条件を与えた。

図-5 は、各時間における軸対称粒子サーマルの相対密度差の計算結果を示したものである。また、図中の A-A' 断面での相対密度差のコンター図も同時に示している。これより、サーマルが同心円状に広がること、粒子の沈降堆積により流下とともにサーマルが急速に減衰すること、などが確認できる。

図-6 は、 r 軸上での r_f と移動速度 U_f および位置 r と W_d の実験結果と計算値との比較を行ったものである。 U_f の比較から、実験および計算結果のいずれも $r_f/V_0^{1/3}=7$ 付近で減少すること、その減少の割合は、流下とともに大きくなる事が確認できる。 W_d の比較から、 $r_f/V_0^{1/3} \leq 7$ では、計算結果は実験結果を良好に再現していることがわかる。一方、流入装置付近や、 $r_f/V_0^{1/3} > 約 7.0$ では計算値と実験結果との間にずれが生じていることが確認できる。この理由としては、計算と実験との初期条件が異なること、 α を一定としたこと、などが考えられる。

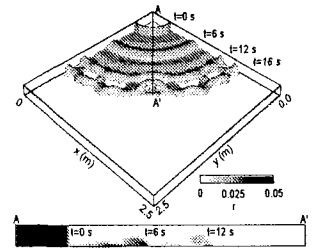


図-5 各時間での軸対称粒子サーマルの相対密度差の計算結果

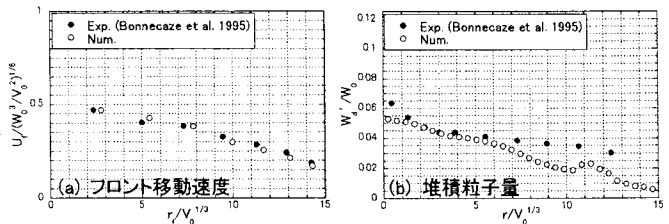


図-6 軸対称粒子サーマルの実験結果と計算値との比較

4. おわりに

本数値モデルが、(1) フロント移動速度、層厚、平均有効重力などの粒子サーマルの主要な特性量を十分な精度で予測できること、(2) 底面への堆積粒子量のある程度予測できること、などがわかった。

参考文献: 1) 秋山壽一郎: 水工学論文集, 第 44 巻, pp.1267-1272, 2001. 2) Bonnecaze, R et al.: *JFM*, Vol.250, pp.339-369, 1993.