

## CIP法の地下水中の物質輸送解析に対する適用性の検討—MOCと比較して—

鹿児島大 正会員 中川 啓・初井和朗

## 1. はじめに

地下水環境中の物質輸送を検討するため、移流分散方程式を様々な方法で解くことが行われ、現状ではMOC(特性曲線法)によるものが高精度であることが報告されている<sup>1)</sup>。最近注目されている双曲型の微分方程式の解法として、CIP法がある<sup>2),3)</sup>。本報では、CIP法の地下水中の物質輸送への適用性を検討し、併せてMOCとの比較を行った結果を報告する。

## 2. CIP法による物質輸送解析

## (1) 基礎式

物質輸送方程式として、次式で示される2次元移流分散方程式を用いる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(uC)}{\partial x} + \frac{\partial(vC)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad (1)$$

ここで、C: 物質濃度(%), u, v: x, y方向の間隙流速, D: 分散係数である。分散係数は縦方向と横方向の分散長、流速および分子拡散係数により算出されるが、式は参考文献1)を参照されたい。

## (2) CIP法による解法

移流項と非移流項に分割し、移流項はCIP法で、非移流項は差分法で解く。

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(uC)}{\partial x} + \frac{\partial(vC)}{\partial y} = H \quad (2)$$

(1)式は(2)式のようにおくことで、

$$\frac{\partial C}{\partial t} = H, \quad \frac{\partial g_x}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} g_x - \frac{\partial v}{\partial x} g_y, \quad \frac{\partial g_y}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} g_x - \frac{\partial v}{\partial y} g_y \quad (\text{非移流項}) \quad \text{と} \quad \frac{dC}{dt} = 0, \quad \frac{dg_x}{dt} = 0, \quad \frac{dg_y}{dt} = 0 \quad (\text{移流項})$$

に分割する。ここで $g_x, g_y$ はCのx方向、y方向それぞれの勾配である。CIP法の概要は次のようになる。①非移流項を差分法により計算し、仮濃度 $C^*$ を得る。②仮濃度をもとにx方向とy方向の勾配 $\partial C^*/\partial x, \partial C^*/\partial y$ を計算する。③仮濃度とその勾配を3次補間によりシフトさせ、新しい時間ステップの濃度Cとその勾配 $\partial C/\partial x, \partial C/\partial y$ を計算する。

## 3. CIP法とMOCによる物質輸送解析の比較

ここでは、CIP法の適用性を調べるため、MOCとの比較検討を行う。計算条件は、500X500 cmの計算領域とし、一定の間隙流速 $u=1.0 \times 10^{-3} \text{ cm s}^{-1}$ の流れ場に、 $150 < x < 300, 200 < y < 300$ に濃度100%の物質を瞬間投入し、その後の物質濃度変化を計算した。差分格子間隔はx, y方向とも5 cmで差分時間間隔は60 sとした。計算ケースは全部で6ケースとし、分散を零とした移流計算のみのもの(Case-1,5), MOCの標準的なものとCIP法について、ともに縦方向の分散長を5.0 cm横方向分散長を0.5 cmとする場合(Case-2,6), MOCについて粒子再配置をしない場合(Case-3)と粒子再配置を時間ステップ毎に行う場合(Case-4)を実施した。図-1にCase-1,5の比較を示す。基本的には同じ種類の解法であるため、どちらも良好な計算結果を示しており、24000 s後の物質収支に関する誤差はいずれも0%であった。図-2にCase-2,6の比較を示す。移流のみの計算結果と同様に両者とも良好な計算結果が得られた。18000 s後の物質収支に関する誤差は、CIP法で $1.59 \times 10^{-6} \%$ 、MOCで $1.35 \times 10^{-6} \%$ であり、僅かにMOCの方が物質収支が良いことが分かった。図-3にはCase-3の24000 s後を示す。低い濃度の部分で振動が見られ、適切な計算ステップ間隔で再配置を行う必要があることが分かった。図-4にはCase-4の12000 s後を示す。毎時間ステップで再配置を行うことは、配置した粒子の格子点からの偏差に応じて粒子濃度が割り振られるため、濃度分布が広がってしまい、精度の低下を引き起こすことが分かった。MOC適用

にあたっては、適切な計算ステップ間隔での再配置が有効であることが分かったが、長い時間の計算を実施する際には、再配置が積み重なり、最終的な計算結果に誤差が生じることが懸念される。計算領域から流出する粒子の上流側への再配置なども必要になること、粒子の個数だけ配列が必要な点、計算に時間を要する点などは大きな領域や長い時間の計算には向かないと考えられる。一方、CIP法は粒子の配置などの処理が無く、精度に対する計算コストも低く、プログラム上もコンパクトなため、今後MOCの適用が困難な場合の地下水中の物質輸送解析への適用が有望であると考えられる。

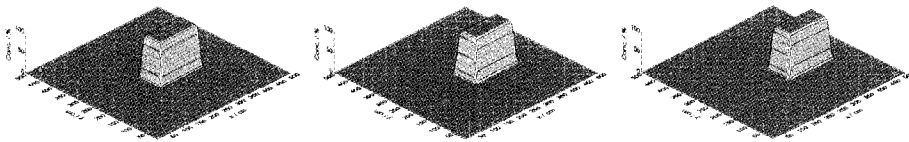


図-1(a) Case-1 MOCによる移流計算 (左) 12000 s, (中) 18000 s, (右) 24000 s



図-1(b) Case-5 CIP法による移流計算 (左) 12000 s, (中) 18000 s, (右) 24000 s

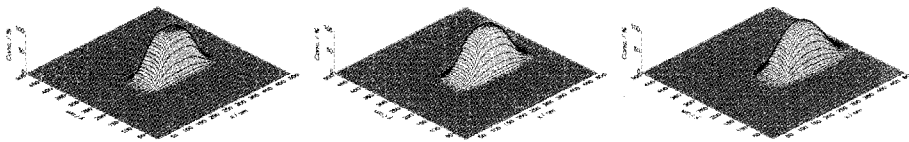


図-2(a) Case-2 MOCによる移流分散計算 (左) 12000 s, (中) 18000 s, (右) 24000 s

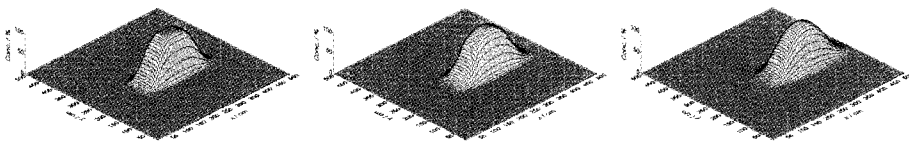


図-2(b) Case-6 CIP法による移流分散計算 (左) 12000 s, (中) 18000 s, (右) 24000 s

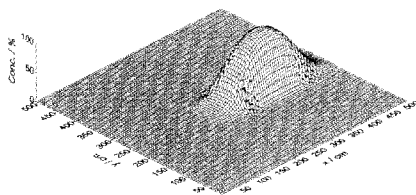


図-3 Case-3 MOC 再配置なし

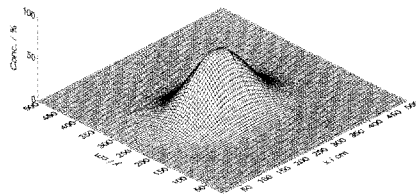


図-4 Case-4 MOC 計算ステップ毎再配置

参考文献

- 1) 神野健二 編著: 「地下水中の物質輸送数値解析」, 九州大学出版会, 2001.
- 2) Yabe, T. and Xiao, F.: *Tracking Sharp Interface of Two Fluids by the CIP Scheme*, Research Report NIFS-206, National Institute for Fusion Science, 1993.
- 3) 矢部 孝, 内海隆行・尾形陽一: 「CIP法 原子から宇宙までを解くマルチスケール解法」, 森北出版, 223p, 2003.