

常時微動観測に基づくARモデルとARMAモデルによる橋梁の振動特性自動推定

長崎大学大学院 学生会員 ○房前慎一
長崎大学工学部 正会員 奥松俊博

長崎大学工学部 フェロー 岡林隆敏
長崎大学工学部 学生会員 船原祐樹

1. はじめに

振動特性の変化から構造物の健全度を評価するためには、微細な振動特性の変化を高精度に推定することのできる手法の確立が必要である。本研究では、ARモデルによる1段階推定¹⁾とARMAモデルによる2段階推定を用いて、橋梁の常時微動から振動特性を自動推定する構造同定手法を開発し、その有効性の検証と両者における振動特性の推定精度の比較検討を行う。

2. 振動特性推定手法の流れ

振動特性推定手法の流れは、まず変位応答より自己相関関数を算出し、ARモデルより振動数と減衰定数を推定する。次に多自由度系をバンドパスフィルタにより1自由度系に分割する。そして分割された振動データを使い、ARMAモデル推定と自己相関関数曲線適合を行い、振動特性を推定する。振動特性自動推定手法の流れを図-1に示す。

3. 振動特性推定手法

1) 振動特性 1段階推定 (ARモデル)

運動方程式よりARモデルは次式ようになる。

$$y(k) + \sum_{s=1}^n a_s y(k-s) = e(k) \quad (1)$$

このARモデルの特性方程式と根の関係は、

$$z^n - a_1 z^{n-1} - a_2 z^{n-2} - \dots - a_n = 0 \quad z = X_{Re}^k \pm i X_{Im}^k \quad (2)$$

である。特性方程式の実部 X_{Re} と虚部 X_{Im} より、円振動数と減衰定数を推定することができる。

$$h_k \omega_k = (-1/\Delta) \log \sqrt{X_{Re}^2 + X_{Im}^2} \quad (3)$$

$$\omega_k \sqrt{1 - h_k^2} = (1/\Delta) \tan^{-1}(X_{Im} / X_{Re})$$

(ω_k : 円振動数, h_k : 減衰定数, Δ : 時間刻み)

2) 振動特性 2段階推定 (ARMAモデル)

ARモデルにより推定された固有振動数を用いて、バンドパスフィルタの位置を設定する。フィルタにより多自由度系を1自由度系に還元し、その振動データを抽出する。そして振動データとARMAモデルを用いて振動特性を推定する。1自由度系の振動特性を推定する場合には、ARMAモデルは、次式で表すことができる。

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) = e(k) + b_1 e(k-1) \quad (4)$$

4. 解析対象

解析対象は図-2に示すランガー橋モデルとする。このモデルの諸元を表-1に、固有振動数を表-2に示す。また解析モデルの減衰定数は0.02とする。常時微動は節点②～⑨の鉛直方向に独立な白色雑音を与えた場合の変位応

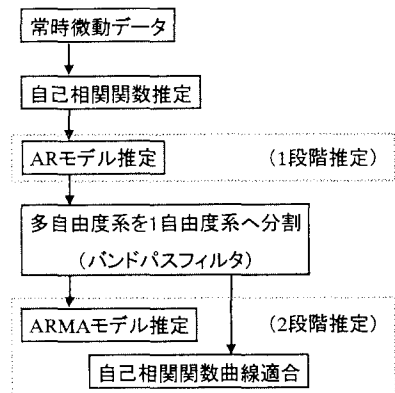


図-1 振動特性推定手法の流れ

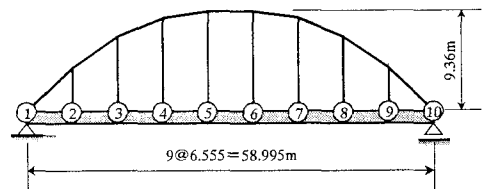


図-2 解析モデル

表-1 解析モデルの諸元

形式	補剛桁橋
支間長 $L(m)$	58.995
ライズ $f(m)$	9.36
補剛桁の断面積 $A_1(m^2)$	2.24×10^{-2}
拱肋の断面積 $A_2(m^2)$	2.24×10^{-2}
曲げ剛性 $EI(kN \cdot m^2)$	1.74×10^4
桁全重量 $W(kN)$	149.74
格間数	9

表-2 固有振動数

	固有振動数 (Hz)
1次	1.742
2次	2.558
3次	4.018
4次	6.355
5次	9.734
6次	13.616
7次	17.607
8次	20.763

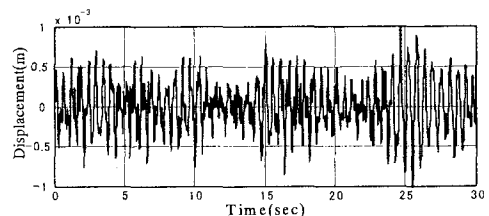


図-3 常時微動モデル

答とする。節点②を着目点とした応答波形を図-3に示す。

5. 推定結果

節点②における振動特性推定結果について述べる。図-4にフィルタによる振動データの処理状況を示す。ARモデルによる1段階推定で算出された推定回数分の振動数と減衰定数は、図-5(a)および(b)に示す。またARMAモデルによる2段階推定で算出された振動数と減衰定数は、図-6(a)および(b)に示す。表-3はARモデルによる1段階推定とARMAモデルによる2段階推定により推定された振動特性の精度比較である。表-3より、振動数は、どちらも1%以下の変動係数で精度よく推定することができた。減衰定数を比べると、1段階推定では、7次振動以外は、解析モデルに設定した値0.02近くの値で推定することができた。しかし、2段階推定では、1次振動が、設定値に近い値となっているが、高次振動になるほど減衰定数の平均が全体的に低くなっている。この理由としては、フィルタによる影響が考えられる。

次に、自己相関関数曲線適合の推定精度を表-4示す。推定振動数は、1段階推定、2段階推定と同様に変動係数1%以下で推定することができた。減衰定数は、1段階推定で推定した値と同じ結果となった。

6. まとめ

本論文ではARモデルによる1段階推定法とARMAモデルによる2段階推定法を開発し、シミュレーションにより検証を行った。本論文を要約すると以下ようになる。

- ① 常時微動からARモデルによる1段階推定とARMAモデルによる2段階推定により、振動数と減衰定数を推定した。
- ② 推定結果より、振動数においては1段階推定と2段階推定の両者ともに、精度よく推定することができた。減衰定数においては、ARMAモデルによる2段階推定は、高次になると低く推定する傾向が見られた。

【参考文献】 1) 中宮, 岡林, 奥松, : ARモデルによる土木構造物の高精度振動特性推定法, 土木学会第57回年次学術回, 第1部門, pp1667~1668. 2002. 9

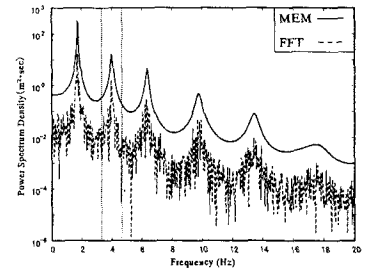
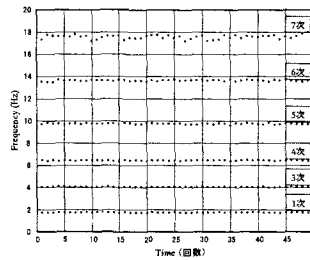
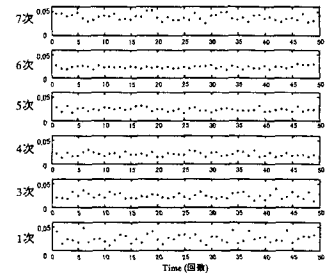


図-4 フィルタによる処理

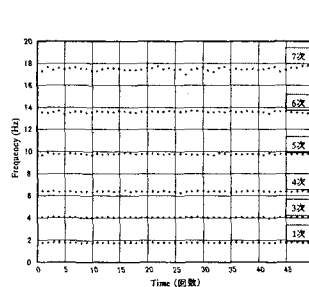


(a) 固有振動数

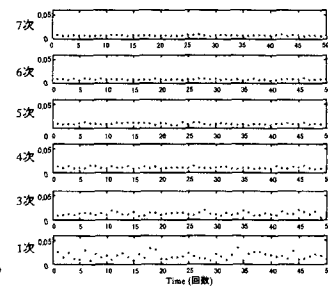


(b) 減衰定数

図-5 ARモデルによる1段階推定



(a) 固有振動数



(b) 減衰定数

図-6 ARMAモデルによる2段階推定

表-3 推定精度の比較

		振動数			減衰定数		
		平均(Hz)	標準偏差(Hz)	変動係数(%)	平均	標準偏差	変動係数(%)
1次	AR	1.7331	0.01575	0.9088	0.02524	0.008722	34.56
	ARMA	1.7411	0.01598	0.9176	0.01732	0.007029	40.59
3次	AR	4.0299	0.01911	0.4741	0.02384	0.005847	24.52
	ARMA	4.0159	0.02550	0.6351	0.01241	0.003373	27.18
4次	AR	6.4002	0.02906	0.4540	0.02020	0.004357	21.57
	ARMA	6.3560	0.03866	0.6082	0.01025	0.001970	19.21
5次	AR	9.7137	0.04582	0.4717	0.02344	0.003870	16.51
	ARMA	9.7186	0.04999	0.5144	0.008510	0.001703	20.02
6次	AR	13.611	0.06158	0.4525	0.02277	0.003080	13.53
	ARMA	13.551	0.06789	0.5010	0.007242	0.001077	14.87
7次	AR	17.529	0.1731	0.9873	0.03812	0.008658	17.47
	ARMA	17.448	0.1454	0.8339	0.006627	0.0008238	12.43

表-4 自己相関関数曲線適合の推定精度

		振動数(Hz)			減衰定数		
		平均(Hz)	標準偏差(Hz)	変動係数(%)	平均	標準偏差	変動係数(%)
1次		1.7334	0.01586	0.9151	0.02524	0.008722	34.56
3次		4.0299	0.01911	0.4741	0.02384	0.005847	24.52
4次		6.4002	0.02906	0.4540	0.02020	0.004357	21.57
5次		9.7137	0.04582	0.4717	0.02344	0.003870	16.51
6次		13.611	0.06158	0.4525	0.02277	0.003080	13.53
7次		17.529	0.17307	0.9873	0.03812	0.006658	17.47