

AR モデルと自己相関関数曲線適合による振動特性高精度自動推定法

長崎大学工学部 学生会員 ○松原祐樹

長崎大学工学部 フェロー 岡林隆敏

長崎大学工学部 正会員 奥松俊博

長崎大学大学院 学生会員 房前慎一

1. はじめに

構造物の振動特性(振動数・減衰定数)の変化から、構造物の健全度評価を行うためには、高精度に振動特性を推定するアルゴリズムが必要である。そこで本研究では、AR モデルと自己相関関数曲線適合を用いて振動特性を高精度に自動推定する手法を開発した。本手法の有効性を数値解析により検証する。

2. 構造同定手法¹⁾

構造同定手法の流れは、まず、変位応答データの自己相関関数を算出する。それにより AR モデルにおけるパラメータを決定し、複素固有値解析を行うことによって、振動特性を推定する。これを1段階推定と称することとする。ここで、AR モデルは次式で表すことができる。

$$y(k) + \sum_{s=1}^n a_s y(k-s) = e(k) \quad (1)$$

AR モデルの特性方程式は、

$$z^n - a_1 z^{n-1} - a_2 z^{n-2} - \dots - a_n = 0 \quad (2)$$

となり、この方程式の根は、

$$z_k = X_{Re}^k \pm iX_{Im}^k \quad (3)$$

である。この根と振動パラメータの関係は、

$$h_k \omega_k = (-1/\Delta) \log \sqrt{X_{Re}^2 + X_{Im}^2} \quad (4)$$

$$\omega_k \sqrt{1 - h_k^2} = (1/\Delta) \tan^{-1}(X_{Im} / X_{Re}) \quad (5)$$

となり、振動数 ω_k と減衰定数 h_k が推定できる。 Δ は推定データのサンプリング時間である。

1 段階推定で得られた ω_k と h_k を用いて自己相関関数曲線適合を行い、さらに高精度に振動特性を推定する。これを2段階推定と称す。多自由度系にフィルタ処理をして得られる k 次振動の自己相関関数は次式で表される。

$$R_k(t) = A_k \exp(-h_k \omega_k t) \sin(\omega_{dk} t + \theta_k) \quad (6)$$

ここに、 A_k は振幅、 θ_k は位相のずれを示す。実測データ $\tilde{R}_k$ に(6)式を推定関数として曲線適合させる。非線形最小二乗法より二乗誤差 ε_{kt} を最小にするような最適なパラメータ α_k を決定する。二乗誤差 ε_{kt} は次式

$$\varepsilon_{kt} = \sum_{s=0}^{N-1} |\tilde{R}_k - R_k|^2 \quad (7)$$

で表される。これより、減衰定数と固有振動数を推定する。以上の解析の流れを図-1に示した。

3. 解析モデル

本手法を用いて振動特性推定を行い、精度検証を行う。解析モデルは図-2に示す5自由度系である。その諸元を表-1に、また、固有振動数を表-2に示す。各質点にそれぞれ独立な白色雑音を作用させたときの変位応答を常時微動モデルとした。

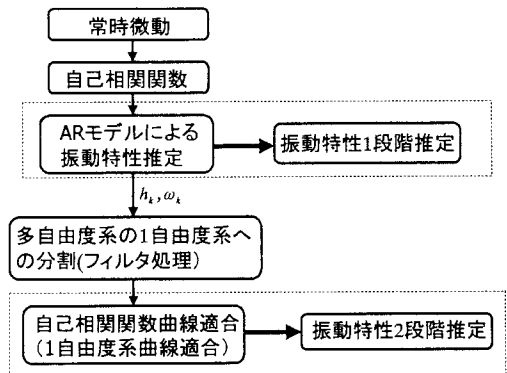


図-1 解析の流れ

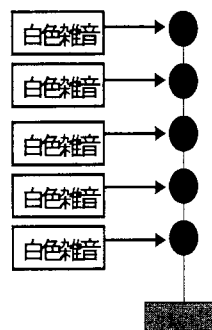


図-2 解析モデル

表-1 諸元

重量	10.29N
減衰定数	0.02

表-2 固有振動数

	固有振動数 (Hz)
1次	1.22
2次	3.56
3次	6.61
4次	7.21
5次	8.23

4. 同定結果

1自由度系に対し自己相関関数曲線適合を行った結果について示す。図-3は常時微動の自己相関関数に自己相関曲線適合したものを重ねて示したものである。このように両者が一致し、減衰定数と振動数の同定が行われていることが認識できる。そのときの振動数推定結果を表-3に示した。減衰定数が0.02に近く、精度の高い結果を得た。また、振動数でも変動係数2%程度の精度の高い推定結果を得た。

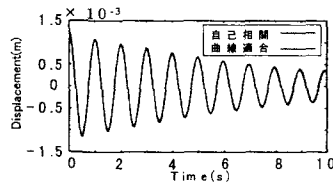


図-3 1自由度系曲線適合

表-3 振動特性推定結果(1自由度系)

	減衰定数			振動数		
	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)
ARモデル	0.02971	0.01382	45.83	1.005	0.01589	1.582
曲線適合	0.02085	0.01343	64.42	1.001	0.02236	2.234

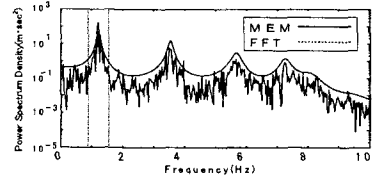


図-4 フィルタ処理

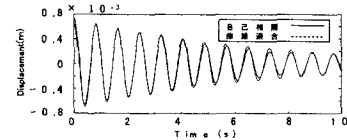


図-5 5自由度系曲線適合(1次)

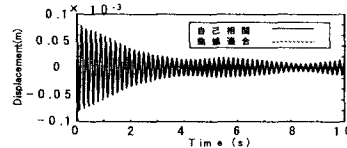


図-6 5自由度系曲線適合(3次)

次に5自由度系について各次振動に対し、フィルタ処理した時の結果を示す。バンドパスフィルタによる1次振動抽出処理を図-4に示した。図-5は1次振動、図-6は3次振動に対して、曲線適合させた時の自己相関関数の結果である。図-7は、1~5次までの30秒間の常時微動データを1回区分とした時の、50回分の減衰定数推定結果である。解析モデルに設定した値の0.02付近で推定できている。表-4は、振動特性推定結果をARモデルと自己相関関数曲線適合について表したものである。ARモデル、曲線適合それぞれの減衰定数の推定精度を評価するために、1~5次の数学的平均値を評価指標として表-5にまとめた。1段階推定(ARモデル)を経て2段階推定(自己相関関数曲線適合)により、解析モデルに設定した減衰定数の0.02に近く、精度の高い結果を得たことが分かる。振動数も変動係数1%前後で精度良く推定することが分かる。これらのことから本手法が振動特性を精度良く推定することを確認した。

6. まとめ

本研究ではARモデル(1段階推定)と自己相関関数曲線適合(2段階推定)により振動特性の自動推定を評価した。

1自由度系および多自由度系に対して検証した結果、本手法が高精度に振動特性を推定することを確認した。
[参考文献]

1)山森和博：システム同定理論による可搬型特性推定システムの開発と橋梁振動への適用，長崎大学修士論文，1998.3

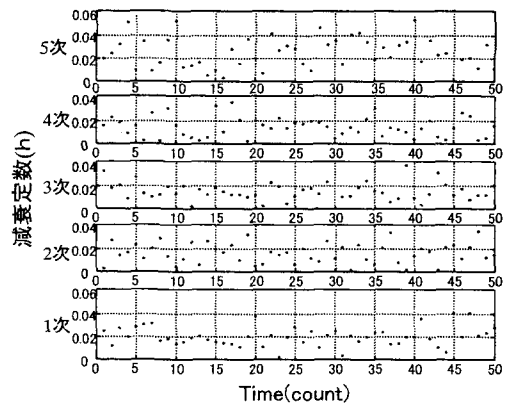


図-7 5自由度系曲線適合減衰定数

表-4 振動特性推定結果(5自由度系)

		減衰定数			振動数		
		平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)
1次	ARモデル	0.02935	0.01273	43.37	1.220	0.01115	0.9140
	曲線適合	0.02869	0.01382	48.18	1.220	0.02181	1.787
2次	ARモデル	0.02239	0.006934	30.98	3.560	0.02413	0.6780
	曲線適合	0.01964	0.007042	35.86	3.557	0.04125	1.160
3次	ARモデル	0.02046	0.005534	27.05	5.592	0.03848	0.6881
	曲線適合	0.01752	0.005926	33.86	5.589	0.06273	1.122
4次	ARモデル	0.02207	0.005621	25.47	7.162	0.04143	0.5785
	曲線適合	0.01796	0.006137	34.18	7.183	0.08245	1.148
5次	ARモデル	0.02947	0.006940	23.55	8.273	0.05518	0.6671
	曲線適合	0.02330	0.009642	41.21	8.178	0.07985	0.9764

表-5 減衰定数推定の評価

	減衰定数 (平均値)
ARモデル	0.02575
曲線適合	0.02144