

ARMA モデルによる道路橋交通振動レベル予測手法

長崎大学大学院 学生員 ○木村 啓作 長崎大学工学部 フェロー 岡林 隆敏
長崎大学工学部 正会員 奥松 俊博

1. はじめに

道路橋交通振動解析を行う場合、一般的に FEM によるモデル化が用いられているが、既存橋梁のモデル化には、部材の計測・断面算定など煩雑な作業が伴う。そこで、道路橋交通振動レベルの予測を目的として ARMA モデルを用いた手法の提案を行う。本研究は、衝撃加振による道路橋の観測データを ARMA モデルに適合し、得られたパラメータを用いて振動方程式を構成し交通振動レベルを予測するものである。

2. 対象橋梁と車両モデルと路面凹凸モデル

対象橋梁として図-1 に示す補剛アーチ橋を考える。車両モデルは図-2 に示すように 1 自由度系でモデル化した。車両の諸元を表-1 に示す。

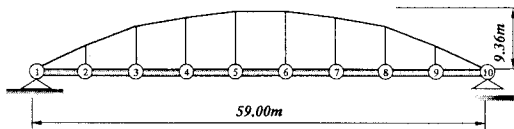


図-1 補剛アーチ橋

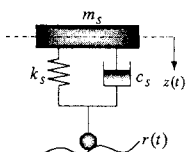


図-2 車両モデル

表-1 車両諸元

重量 (kN)	196
固有振動数 (Hz)	3.0
減衰定数	0.03

路面凹凸モデルのパワースペクトル密度は次式で近似する。

$$S_R(\Omega) = \frac{A}{\Omega^2 + a^2} \quad (1)$$

ここに、 Ω は単位長さ当たりの凹凸数、 A は路面凹凸の良否を表す定数、 a は実測より得られるスペクトル形状をあらわす係数である。

3. 多次元 ARMA モデルによる振動予測手法

1) 多次元 ARMA モデルによる構造同定

多入力多出力の振動方程式を多次元 ARMA モデルで表すと次式のようにになる。

$$y(k) = -\sum_{q=1}^s G_q y(k-q) + \sum_{q=1}^s R_q f(k-q) \quad (2)$$

入力を 1 点に作用する衝撃加振とすると、出力はインパルス応答となる。入力 $f(k)$ と出力 $y(k)$ は次式のようにになる。

$$f(k) = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}, \quad y(k) = \begin{cases} h(k) & k=1,2,\dots \\ 0 & k \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

(2), (3) 式より、衝撃加振を入力とする場合の出力から ARMA パラメータを算出することができる。ここで、誤差を最小とするため最小二乗法を考えると、

$$\theta = (H^T H)^{-1} Hh \quad (4)$$

となり、ARMA パラメータ $G_1 \sim G_s$ 、 $R_1 \sim R_s$ が決定される。これより可観測変換された方程式を得る。

$$\hat{x}(k+1) = \hat{A}\hat{x}(k) + \hat{B}f(k), \quad y(k) = \hat{C}\hat{x}(k) \quad (5)$$

2) 確定論による道路橋交通振動レベル予測法

1 自由度系車両の離散系方程式と接地力は次のようになる。

$$z(k+1) = \hat{A}_z z(k) + \hat{B}_z \hat{C}\hat{x}(k+1) + \hat{D}_z r(k) \quad (6)$$

$$f(k) = \hat{E}_z z(k) - \hat{E}_z y_v(k) - \hat{E}_z r(k) \quad (7)$$

ここに、

$$z(k) = [z(k) \quad \dot{z}(k)]^T, \quad r(k) = [r(k) \quad \dot{r}(k)]^T, \quad \hat{E}_z = m_s [\omega_0^2 \quad 2h_0\omega_0]$$

ω_0 、 h_0 は車両の固有円振動数と減衰定数、 $r(t)$ は路面凹凸、 y_v は車両直下の橋梁の鉛直変位である。接地力を受ける橋梁系の方程式は次式で表される。

$$\hat{x}(k+1) = (\hat{A} - \hat{B}\hat{E}_z\hat{C})\hat{x}(k) + \hat{B}\hat{E}_z z(k) - \hat{B}\hat{E}_z r(k) \quad (8)$$

状態変数を $X(k) = [x(k) \quad z(k)]^T$ とすると、(6), (8) 式より橋梁—車両系の方程式が得られる。

$$X(k+1) = A_X X(k) + B_X r(k) \quad (9)$$

$$y_v(k) = \hat{C}\hat{x}(k) \quad (10)$$

なお、車両位置は観測点と同一点である。

3) 確率論による道路橋交通振動レベル予測法

外力項に白色雑音を含む、橋梁系方程式と車両—路面系方程式は次式のようにになる。

$$\hat{x}(k+1) = (\hat{A} + \hat{B}\hat{E}_z\hat{C})\hat{x}(k) + \hat{B}\hat{E}_z z(k) + w_x(k) \quad (11)$$

$$z(k+1) = \hat{A}_z z(k) + \hat{B}_z \hat{C}\hat{x}(k+1) + w_z(k) \quad (12)$$

ここに、 $z(k) = [z(k) \quad \dot{z}(k)]^T$ であり、 $w_x(k)$ と $w_z(k)$ はそれぞれ白色雑音過程である。状態変数を $X(k) = [x(k) \quad z(k)]^T$ とすると、(11), (12) 式より橋梁—車両—路面系の方程式として次式を得る。

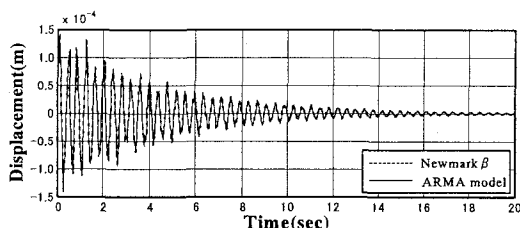
$$X_{k+1} = A_X X_k + G W_{Xk} \quad (13)$$

(13)式の共分散を $E[X_{k+1} X_{k+1}^T] = R_{Xk+1}$ を定義すると、共分散方程式として次式が得られる。

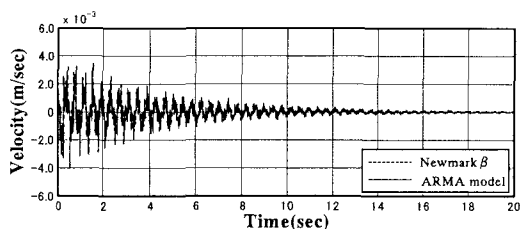
$$R_{Xk+1} = A_X R_{Xk} A_X^T + G Q_{Xk} G^T \quad (14)$$

4. 衝撃加振による解析精度の評価

外力作用点、観測点ともに節点番号⑤とした場合の解析結果について述べる。観測データは、数値積分法(Newmark β 法)により得られた衝撃加振応答とした。なお、衝撃加振時間は 0.01sec とした。ARMA モデルによる解析精度について、図-3 に示す衝撃加振シミュレーションより評価する。実線は ARMA モデルによる予測値、破線は Newmark β 法による真値である。実線と破線は良い一致を示しているため、ARMA モデルの妥当性が確認できる。



(a)変位応答



(b)速度応答

図-3 衝撃加振応答波形

5. 道路橋交通振動レベル予測シミュレーション

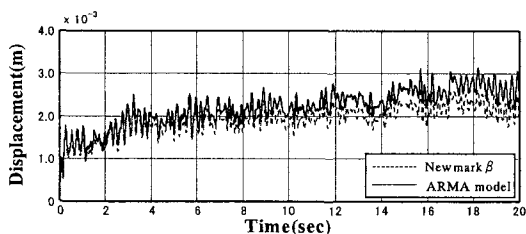
1) 確定論による解析結果

モンテカルロシミュレーションを行った結果を図-4 に示す。モンテカルロシミュレーションは 20 秒間の交通振動解析を 1 回区別として 50 回行い、時刻歴における標準偏差を算出した。実線は ARMA モデル、破線は Newmark β 法による結果を示す。ARMA モデルによる結果は、変位、速度ともに弱冠高い傾向にあるが、全体的に良い一致を示している。

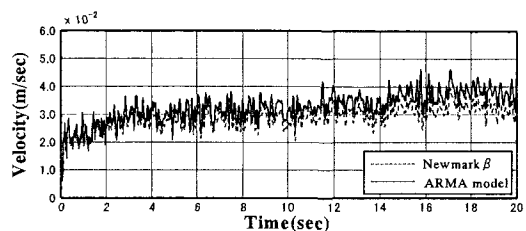
2) 確率論による解析結果

確率論による解析を行った結果を図-5 に示す。実線は、ARMA モデルによる振動レベルの予測結果、破線は参照値となる Newmark β 法によるモンテ

カルロシミュレーションの結果である。ARMA モデルによる振動レベルは、変位、速度ともに Newmark β 法に近い値を示しており、本手法の有効性が確認できる。

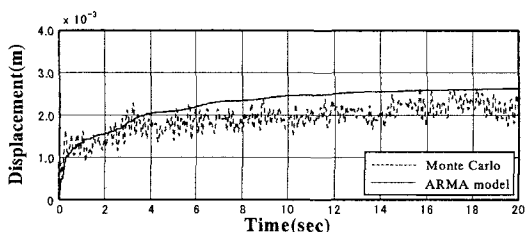


(a)変位応答

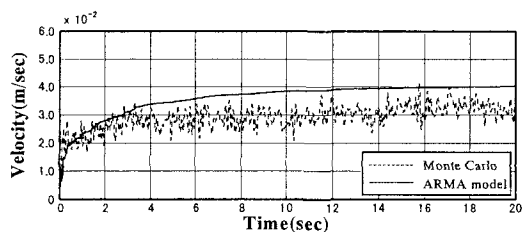


(b)速度応答

図-4 モンテカルロシミュレーション(確定論)



(a)変位応答



(b)速度応答

図-5 確率論による交通振動レベル予測結果

6. まとめ

本論文では、多次元 ARMA モデルによる道路橋交通振動解析手法の提案し、シミュレーションにより有効性を評価した。シミュレーションにより得られた結果から、ARMA モデルにより高い精度で道路橋交通振動解析が行えることが確認できた。

[参考文献]1)中溝高好：信号解析とシステム同定，コロナ社，1988.3