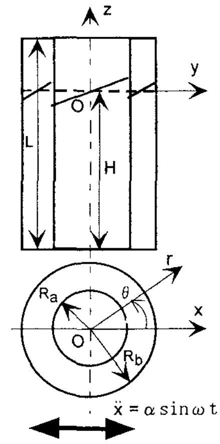
水平加振を受ける同心二重円筒タンクの振動解析

正会員　高西照彦
九州産業大学工学部　正会員　水田洋司
新日本製鐵　正会員　川口周作

1．<u>まえがき</u>　著者等は前論[1]において，水平方向の定常加振を受ける偏心二重円筒タンク内容液の動的解析法を示し，解析結果と実験結果とが良く一致することを確かめた．前論では加振振動数が比較的小さい場合に，内容液に生ずるスロッシング現象を取扱っており，このとき，タンク自体は剛であると仮定した．本論では，加振振動数が比較的高い場合に対する同心二重円筒タンクの振動解析法を示すことにする．このとき内容液にスロッシング振動は発生せず，円筒タンクはタンク自体の慣性力と内容液による動水圧を受けて弾性変形を生ずると考えられる．Haroum 等[2]は水平方向定常加振を受ける単円筒タンクの振動特性の解析を行っているが，そこでは，内容液の振動については解析解を用い，タンクについてはそれを薄肉シェルとして，これに有限要素法を適用する解析法が示されている．本論はこの Haroum 等の解析法を同心二重円筒タンクの場合に拡張して適用したものである．



図－1　同心二重円筒タンク及び座標系

2．<u>解析理論</u>　2.1 <u>内容液について</u>　図-1 に示すような同心二重円筒タンクが水平加振を受けるとき，その内槽の内容液の動的解析結果については既によく知られているので，ここでは内槽と外槽とに囲まれた領域に存在する内容液の動的解析結果のみについて示すことにする．

内容液の振動を支配する方程式はラプラスの方程式で，ϕを速度ポテンシャルとすれば

$\partial^2\phi/\partial r^2 + r^{-1}\,\partial\phi/\partial r + r^{-2}\,\partial^2\phi/\partial\theta^2 + \partial^2\phi/\partial z^2 = 0$　　(1)　　　境界条件は

$\partial\phi/\partial r = \dot{x}\cos\theta + \dot{w}_a$，$(r = R_a)$，$(a = a, b)$　　(2)　　$\partial\phi/\partial z = 0$，$(z = -H)$　　(3) $\dot{\phi} = 0$，$(z = 0)$　　(4)

ここに，w_a, w_bはそれぞれ内，外槽の半径方向の変位である．式(1)~(4)を満たす解は

$$\phi = \sum_{n=1}\sum_{m=1}\{E_{nm}I_n(\gamma_m r) + F_{nm}K_n(\gamma_m r)\}\cos n\theta\cos\gamma_m(z+H) + \dot{x}r\cos\theta + \sum_{i=1}\Big[\pi\kappa_i R_a^2(Y'_{iab}-1)/\{(R_{ab}Y'_{iab})^2(\kappa_i^2R_b^2-1) - (\kappa_i^2R_a^2-1)\}\Big]\{J'_1(\kappa_iR_a)Y_1(\kappa_i r) - Y'_1(\kappa_iR_a)J_1(\kappa_i r)\}\cos\theta\{\cosh\kappa_i(z+H)/\cosh\kappa_i H\}\dot{x} \qquad (5)$$

ここに，$J_n(), Y_n(), I_n(), K_n()$は第ｎ次のベッセル及び変形ベッセル関数である．また，$R_{ab} = R_a/R_b$，$Y'_{iab} = J'_1(\kappa_iR_a)/J'_1(\kappa_iR_b)$，$\gamma_m = (2m-1)\pi/2H$　κ_iは　$J'_1(\kappa_iR_a)Y'_1(\kappa_iR_b) = J'_1(\kappa_iR_b)Y'_1(\kappa_iR_a)$　の根．さらに，

$$E_{nm} = 2\Big\{K'_n(\gamma_mR_b)\int_{-H}^{0}\dot{w}_{an}\cos\gamma_m(z+H)dz - K'_n(\gamma_mR_a)\int_{-H}^{0}\dot{w}_{bn}\cos\gamma_m(z+H)dz\Big\}\Big/\Big[\gamma_m H\{I'_n(\gamma_mR_a)K'_n(\gamma_mR_b) - I'_n(\gamma_mR_b)K'_n(\gamma_mR_a)\}\Big] \qquad (6)$$

F_{nm}はE_{nm}においてaをb，$K'_n()$を$I'_n()$に置きかえればよい．さらに，w_{an}は　$w_a = \sum_{n=1}w_{an}\cos n\theta$　　(7)

と展開した時の$\cos n\theta$の振幅である．また，上付き添字・は時間に関する微分を表す．

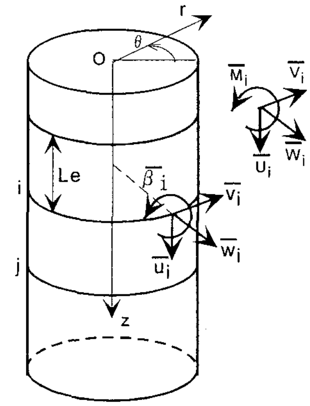
速度ポテンシャルϕが得られれば，内，外槽に対する内容液の壁面動水圧は次式によって求められる．

内槽外壁面上：$P_{ao} = -\rho\dot{\phi}$，$(r = R_a)$　　(8)，　外槽内壁面上：$P_b = -\rho\dot{\phi}$，$(r = R_b)$　　(9)

ここにρは内容液の密度である．

2.2 <u>円筒タンクについて</u>　図-2 に示すように，内，外槽の円筒タンクをリング要素に分割し，i節線についてその変位成分を$\bar{u}_i$（母線方向），$\bar{v}_i$（円周方向），$\bar{w}_i$（法線方向），$\bar{\beta}_i$（節線回りの回転角）とし，これに応ずる節線力成分を$\bar{U}_i, \bar{V}_i, \bar{W}_i, \bar{M}_i$と表わす．いま，式(7)に示すように，節線変位成分と節線力成分とをそ

れぞれ$\cos n\theta$（$\bar{v}_i$については$\sin n\theta$）で展開し，その係数をw_{in}のように表わすことにする．本論では変位成分のうちu_{in}, v_{in}については１次の，w_{in}については３次の内挿関数を用いた．ここで，リング要素の歪成分を変位成分によって表わし，さらにフックの法則を用いれば，円筒タンクのポテンシャルエネルギーPUを求めることができる．つぎに，円筒タンクの密度ρ_s，厚さh_sが与えられれば，変位成分を用いてその運動エネルギーPKを求めることができる．さらに，加振加速度が与えられれば，変位成分を用いてタンクの慣性力を得ることができ，これと式(8),(9)に示した壁面動水圧を用いることによって，タンクに対して外力のなす仕事量PWが求められる．ここでハミルトンの原理



図－２ リング要素並びに節線変位と節線力

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(PK - PU)dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta PWdt = 0 \qquad (10)$$

を適用すれば，同心二重円筒タンクに対する振動方程式が得られて次のように書くことができる．

$$(\mathbf{M}_n + \Delta\mathbf{M}_n)\ddot{\mathbf{Q}}_n + \mathbf{K}_n\mathbf{Q}_n = \mathbf{P}_n\ddot{x} \qquad (11)$$

ここで，$\mathbf{M}_n$は質量行列，$\Delta\mathbf{M}_n$は動水圧に基く付加質量行列，$\mathbf{K}_n$は剛性行列，$\mathbf{P}_n$は入力加速度に掛かる係数行列で，タンク自体の等価質量から構成されている．この行列は$n \neq 1$のときは　$\mathbf{P}_n = \mathbf{0}$　(12)　である．また，$\mathbf{Q}_n$は節線変位振幅ベクトルを$\mathbf{d}_{in} = \{u_{in}, v_{in}, w_{in}, \beta_{in}\}^T$としたとき，$\mathbf{Q}_n = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{d}_{in}$で表わされる全変位ベクトルである．式(12)より，同心二重円筒容器のような軸対称な構造物の水平方向の強制振動においては，$n = 1$の振動のみしか励振されないことがわかる．

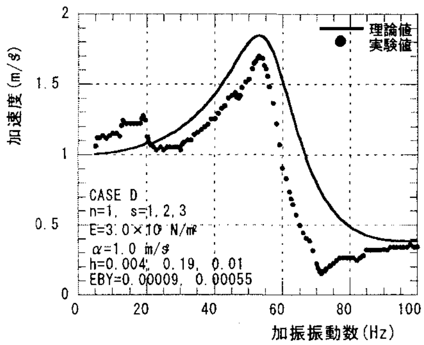


図-3 円筒容器（外槽）の加速度共振曲線

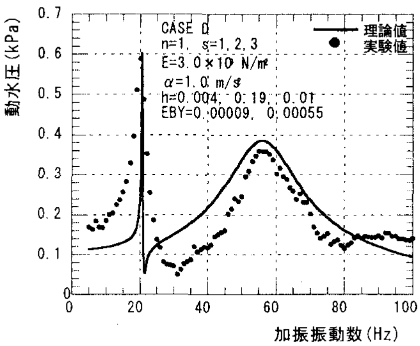


図-4 動水圧の共振曲線（内槽の外壁）

３．<u>実験結果及び解析結果との対比</u>　実験[3]に用いた同心二重円筒タンク模型は厚さ 1 cm のアクリル製で，内槽及び外槽の外径がそれぞれ 0.3m，0.4m，高さ 0.8m である．密度は 1220kg/m^3，弾性係数は 3.00 $\times 10^9$N/m^2，ポアソン比は 0.294 である．内容液としては水を用い，水深は 0.5m とした．模型を振動台上に固定して加速度振幅 100gal で調和加振を行い，5～100Hz の範囲で 1Hz 毎に，それぞれ内，外槽タンクの加振方向の壁面上に選んだ点における動水圧および加速度を計測して，その共振曲線を求めた．一方，本論で示した理論解析結果を用いて数値計算を行った．計算においては，円筒容器を内，外槽共，空中部分については５等分の，水中部分については８等分のリング要素に分割した．図-３，４に結果の１例を示した．図はいずれも内槽と外槽に囲まれた領域に内容液が存在する場合の結果で，図-３は外槽の下から 20cm の位置における加速度の共振曲線を，図-４は水深が 30cm の位置における内槽の外壁面上における動水圧の共振曲線を示している．これらの図から，理論計算によって求めた共振曲線は，実験値のそれとその変化の傾向が比較的良く一致しているといえる．

1）高西・水田・川口：水平加振を受ける偏心二重円筒タンク内容液の動水圧応答，土木学会西部支部研究発表会，2003.3.
2）Haroum,M.A.,and Housner,G.W.: Dynamic characteristics of liquid storage tanks, ASCE, Vol.108, No. EM5, 1982.10.
3）矢野・水田・白地・北原：偏心二重槽タンクの振動台実験，土木学会西部支部研究発表会，2002.3.