

有限要素法による周期的支点変位を受けるケーブルの非線形振動解析

長崎大学大学院 学生会員 ○大淵隆司 長崎大学工学部 正会員 呉 慶雄
 長崎大学工学部 フェロー会員 高橋和雄 長崎大学工学部 正会員 中村聖三

1. まえがき

吊橋・斜張橋などのケーブル構造の振動解析や耐震解析を行うにあたって、ケーブルのサグの影響、支点変位および係数励振振動などを評価した解析を行うにあたり、TDAPⅢおよびMARCなどの汎用ソフトウェアでは、厳密な解析や取り扱いができない。そこで、著者らはこれらの制約を受けない単一ケーブルの有限要素法モデルについて剛性マトリクスを誘導し、単一ケーブルの静的非線形解析、固有振動解析および非線形振動解析の結果を解析解と比較を行った¹⁾。引き続き、本研究ではこのモデルを用いて、周期的支点変位を受ける単一傾斜ケーブルの非線形応答解析を実施し、差分法による結果²⁾と比較を行う。

2. 有限要素法モデルの考え方

変位法³⁾を用いて、運動方程式を求める方法を以下のように示す。図-1に示すケーブルの微小要素から局部座標系の剛性マトリクスを導き、これを全体座標系の剛性マトリクスに直す。導いた剛性マトリクスを用い、慣性力と減衰力を考慮したケーブル全体の運動方程式は以下のように表される。

$$[M]\{\ddot{X}\} + [c]\{\dot{X}\} + [T]^T\{\bar{L}\} = \{F\} \quad (1)$$

ここに、 $[M]$ ：ケーブルの集中質量マトリクス、 $[c]$ ：減衰マトリクス、 $\{X\}$ ：全体座標系の変位ベクトル、 $[T]$ ：コードアングルを用いて評価した座標変換マトリクス、 $\{\bar{L}\}$ ：局部座標系の内力ベクトル、 $\{F\}$ ：荷重ベクトル。

式(1)を変位で全微分すると増分形の運動方程式は以下のように表される。

$$[M]\{\delta\ddot{X}\} + [c]\{\delta\dot{X}\} + [K]\{\delta X\} = \{\delta F\} \quad (2)$$

ここに、 $[K]$ ：全体座標系の剛性マトリクス。

上に示す式(1)および式(2)を用い、構造条件および境界条件を定めて非線形応答解析を行う。また、本研究では非抗圧縮性は考慮しない。

3. ケーブルの解析対象モデル

図-2に解析対象とするケーブルのモデルを示す。解析を行う傾斜ケーブルは、図-2に示す水平ケーブルのA端を支点として、サグ比 $\gamma = f/L'$ および縦波・横波伝播速度比の自乗 $k^2 = EA/H \sec \theta$ (EA ：伸び剛性、 H ：初期水平張力)を固定して傾斜角 θ に対してB端をB'端まで回転させた単一ケーブルを考える。X軸およびY軸をケーブルの全体座標系、 X_1 軸および Y_1 軸を局部座標系とする。断面および単位長さあたりの重量を一定とする。軸力 $H \sec \theta$ は部材軸方向に対して考慮するので、要素によって異なる。ケーブルの分割数は100分割とする。

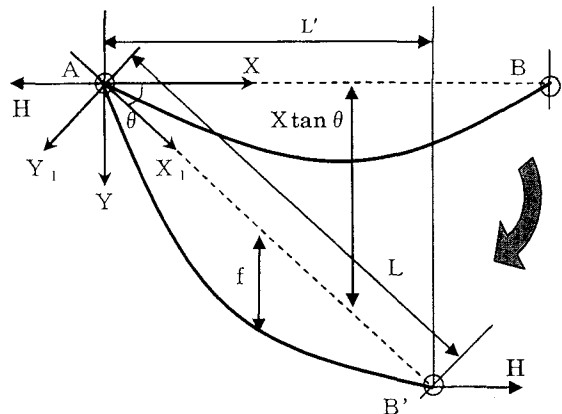
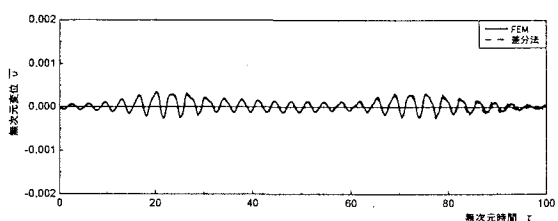


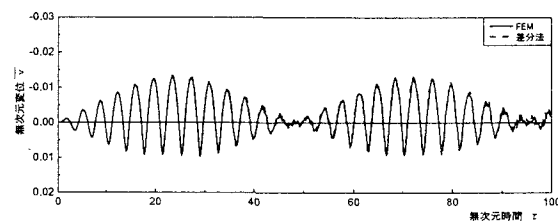
図-2 ケーブルの解析モデル

4. 非線形応答解析の精度の確認

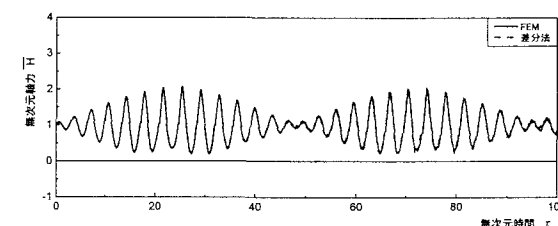
$\gamma = 0.026$ 、 $k^2 = 900$ 、減衰定数 $h = 0.001$ 、傾斜角 $\theta = 30^\circ$ および $\theta = 60^\circ$ の傾斜ケーブルを解析モデルとして、



(a) X_1 軸方向の変位 $\bar{u}$

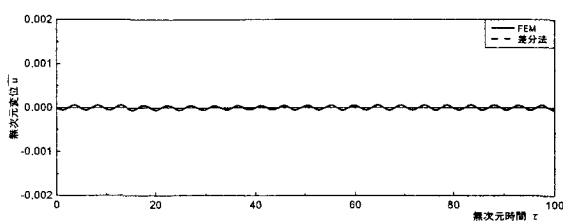


(b) Y_1 軸方向の変位 $\bar{v}$

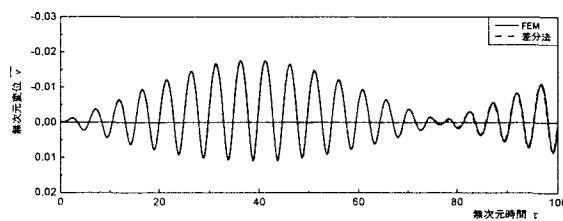


(c) 軸力 $\bar{H}$

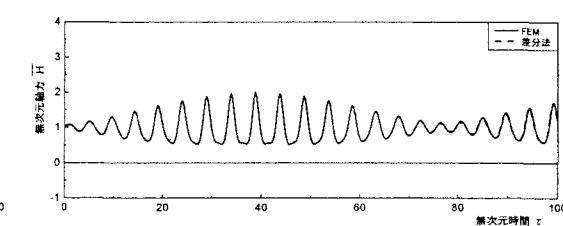
図-3 ケーブル中央点の時刻歴応答 ($\theta = 30^\circ$)



(a) X_1 軸方向の変位 $\bar{u}$



(b) Y_1 軸方向の変位 $\bar{v}$



(c) 軸力 $\bar{H}$

図-4 ケーブル中央点の時刻歴応答 ($\theta = 60^\circ$)

非線形応答解析を行う。図-2のA点に X_1 軸方向に作用させる周期的支点変位 $\bar{x}(t)$ を以下のように表わす。

$$\bar{x}(t) = \sin(\omega \tau) \quad (3)$$

ここに、 ω ：弦の固有円振動数で無次元化した傾斜ケーブルの面内方向1次の固有円振動数、 $\tau = \omega_0 t$ ：弦の1次固有円振動数で無次元化した時間。

時間応答解析にはNewmark β 法を用いる。図-3に $\theta = 30^\circ$ 、図-4に $\theta = 60^\circ$ のケーブル中央点の X_1 軸方向の無次元変位 $\bar{u} = u/L$ および Y_1 軸方向の無次元変位 $\bar{v} = v/L$ 、無次元軸力 $\bar{H} = 1 + T/H \sec \theta$ ($H \sec \theta$ ：初期軸力、 T ：付加軸力)の時刻歴応答を示している。本解析の結果と差分法²⁾による結果を比較すると図-3および図-4の変位および軸力はそれぞれよく一致していることが分かる。

5. まとめ

単一傾斜ケーブルに対して周期的支点変位を与えた場合の非線形応答解析の結果を差分法の結果と比較するとよく一致しているので本研究の結果は妥当と考えられる。本研究の有限要素法モデルを用いてケーブル構造物に起こる係数励振振動などの解析を今後行っていく。

参考文献

- 1) 大淵, Wu, 高橋, 中村: 有限要素法による単一ケーブルの非線形振動解析, 土木学会第58回年次学術講演会講演概要集, 第I部, I-205, pp.409-410, 2003.
- 2) Q. Wu, K. Takahashi and S. Nakamura: Influence of Cable Loosening on Nonlinear Response of Cables, Proceedings of Fifth International Symposium on Cable Dynamics (Santa Margherita, Italy, 15-18, September, 2003), pp.181-188.
- 3) A. Ghali, A. M. Neville, 川上: 構造解析の基礎と応用, 技報堂出版(株), 2001