

## 偏平傾斜ケーブルの固有振動解析のための基礎式

長崎大学工学部 正会員 ○吳 霧雄

長崎大学工学部 フェロー 高橋和雄

長崎大学工学部 正会員 中村聖三

## 1.はじめに

偏平傾斜ケーブルの固有振動数および固有振動モードを解析的に求める方法には、水平ケーブルの式から座標変換を用いて補正した Irvine 方程式<sup>1)</sup>がある。しかし、Irvine 方程式の精度が低く、傾斜ケーブルの特性を評価していない。本研究では、偏平傾斜ケーブルの初期形状の影響を評価した修正 Irvine 方程式を提案する。また、Galerkin 法による解析結果との比較を行い、提案した修正 Irvine 方程式の有効性を検証する。

## 2.運動方程式

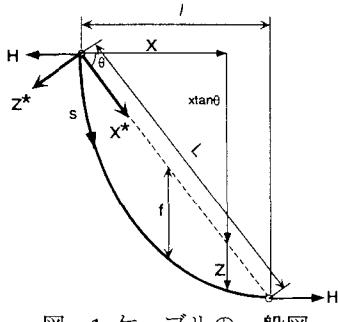


図-1 ケーブルの一般図

図-1 に示すような長さに沿って等分布質量  $m$  を有し、傾斜角  $\theta$  を持つケーブルを解析対象とする。

局部座標系( $x^*$ ,  $z^*$ )におけるケーブルの面内運動方程式は次式のように得られる。

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \tau \cdot \frac{dx^*}{ds} + (T + \tau) \frac{\partial u^*}{ds} \right) = m \frac{\partial^2 u^*}{\partial t^2} - p_{x^*}(x^*, t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \tau \frac{dz^*}{ds} + (T + \tau) \frac{\partial w^*}{ds} \right) = m \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^2} - p_{z^*}(x^*, t) \quad (2)$$

$$\tau = EA \left\{ \frac{dz^*}{ds} \frac{\partial w^*}{\partial s} + \frac{dx^*}{ds} \frac{\partial u^*}{\partial s} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w^*}{\partial s} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u^*}{\partial s} \right)^2 \right\} \quad (3)$$

ここに、 $u^*$ :  $x^*$  方向の変位、 $w^*$ :  $z^*$  方向の変位、 $\tau$ :付加変動軸力、EA: 軸剛性。

式(1), (2)を全体座標系( $x$ ,  $z$ )に座標変換すると、山口らによって導かれた運動方程式<sup>2)</sup>と一致する。

$$\text{固有振動モード: } \bar{w}^* = \frac{\bar{h}^*}{\pi^2 \omega^2} \left\{ (1 - \varepsilon + 2\varepsilon \bar{x}^*) - \left( \tan \frac{\pi \omega}{2} + \frac{\varepsilon}{\tan \frac{\pi \omega}{2}} \right) \sin \pi \omega \bar{x}^* - (1 - \varepsilon) \cos \pi \omega \bar{x}^* \right\} \quad (7)$$

$$\text{振動数方程式: } \frac{4}{\lambda^2} \left( \frac{\pi \omega}{2} \right)^3 = \left( 1 + \frac{\varepsilon^2}{3} \right) \frac{\pi \omega}{2} - \tan \frac{\pi \omega}{2} + \frac{\varepsilon^2}{\tan \frac{\pi \omega}{2}} - \frac{2\varepsilon^2}{\pi \omega} \quad (8)$$

## 4. 解析結果

修正 Irvine 方程式の有効性を検証するため、Galerkin 法による解析結果との比較を行う。水平ケーブルおよび傾斜ケーブルの面内無次元固有振動数とサグ比  $\beta \cos \theta$  との関係を図-2 に、水平ケーブルの対称 1 次モードおよび逆対称 1 次モードに相当する固有振動モードに及ぼす傾斜角  $\theta$  とサグ比  $\beta \cos \theta$  の影響を図-3 に示す。

## 3. 修正 Irvine 方程式の誘導

式(1), (2)および(3)を無次元化し、Irvine の偏平ケーブルの仮定<sup>1)</sup>を用いて、線形運動方程式を求めるとき、次式が得られる。

$$\bar{h}^* \frac{d^2 \bar{z}^*}{dx^{*2}} + \frac{\partial^2 \bar{w}^*}{\partial x^{*2}} = \pi^2 \frac{\partial^2 \bar{w}^*}{\partial \tau^2} \quad (4)$$

$$\bar{h}^* = \frac{1}{\lambda^2} \int_0^L \frac{d^2 \bar{z}^*}{dx^{*2}} \bar{w}^* dx^* \quad (5)$$

ここに、 $\lambda^2 = \frac{k^2 (8\beta \cos \theta)^2}{Le}$  : Irvine Parameter,

$k^2 = \frac{EA}{H \sec \theta}$  : 縦波 - 横波伝播速度比の自乗、

$Le = 1 + (8\beta \cos \theta)^2 / 8$ ,  $\bar{w}^* = \bar{w}^* / 8\beta \cos \theta$  ( $\bar{w}^* = w^* / L$ ),

$\bar{x}^* = x^* / L$ ,  $\bar{\tau} = \omega_0 t$ ,  $\omega_0 = \sqrt{H \sec \theta / m(\pi / L)^2}$  : 傾斜弦の第 1 次固有円振動数。

傾斜ケーブルの初期形状は Irvine によって誘導された式<sup>1)</sup>を用いる。

$$\bar{z}^* = \frac{1}{2} \bar{x}^* (1 - \bar{x}^*) \left\{ 1 - \frac{\varepsilon}{3} (1 - 2\bar{x}^*) \right\} + O(\varepsilon^2) \quad (6)$$

ここに、 $\varepsilon = 8\beta \sin \theta$  ( $\varepsilon < 1$ ),  $\beta = \frac{mgL}{8H \sec \theta}$ 。

式(4)の解を求めて、式(5)の条件を用いると、偏平傾斜ケーブルの固有振動モードおよび振動数方程式に関する修正 Irvine 方程式が得られる。

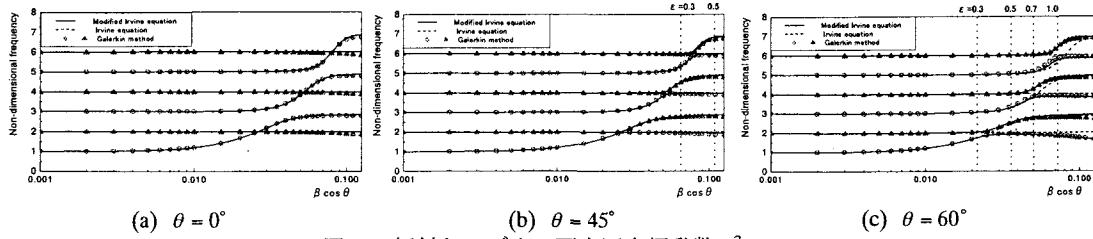


図-2 傾斜ケーブルの面内固有振動数( $k^2=900$ )

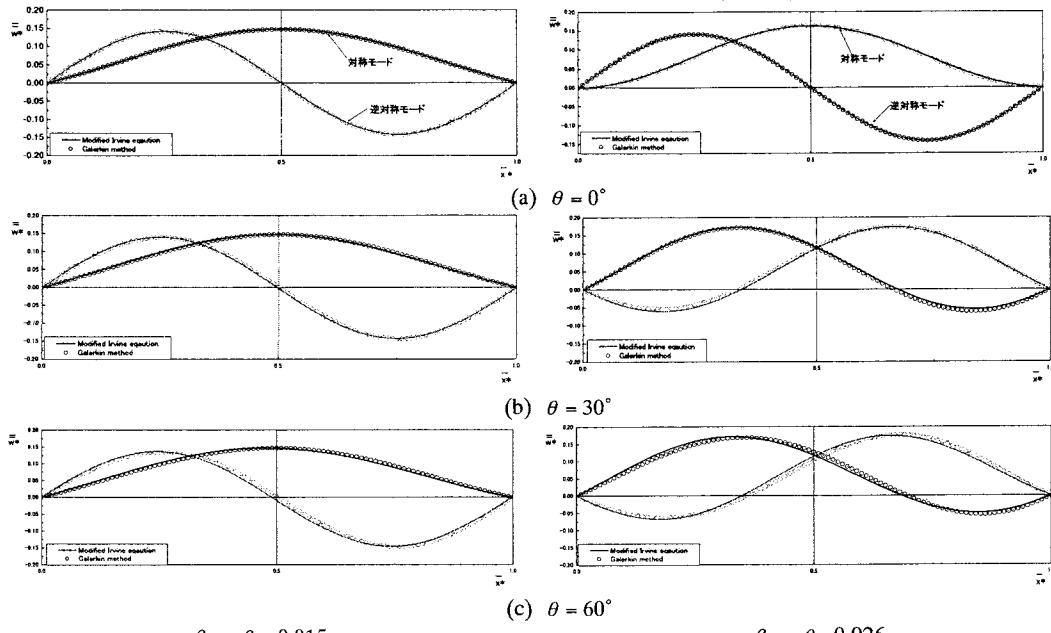


図-3 傾斜ケーブルの面内固有振動モード形( $k^2=900$ )

水平ケーブルでは、図-2(a)に示すように修正 Irvine 方程式による固有振動数は Galerkin 法による結果および Irvine 方程式による結果とよく一致しており、対称振動モードから対称振動モードに遷移する固有振動特性が確認できる。傾斜ケーブル ( $\theta = 45^\circ, 60^\circ$ 、図-2(b), (c)) では、 $\beta \cos \theta$  が大きくなっても、修正 Irvine 方程式による固有振動数は Galerkin 法による結果とよく一致しており、対称振動モードから対称振動モードに遷移しない固有振動特性が確認できる。しかし、Irvine 方程式を用いた傾斜ケーブルの固有振動解析では水平ケーブルと同じであり、傾斜ケーブルの固有振動特性を評価することができない。

図-3 に示すように、本研究で提案した修正 Irvine 方程式による固有振動モードは Galerkin 法による結果とよく一致している。Irvine 方程式では固有振動モードが傾斜角によって変化しないが、修正 Irvine 方程式では傾斜ケーブルの固有振動モードが変化し、傾斜ケーブルではモードの対称性や逆対称性が失われる。

修正 Irvine 方程式は  $\beta \cos \theta < 1/8$  および  $\varepsilon < 1$  の偏平傾斜ケーブルに適用できる。図-2(b), (c)に破線で  $\varepsilon = 0.3, 0.5, 0.7$  および 1.0 (上限値) を示す。 $\varepsilon$  が 1 以下であれば、修正 Irvine 方程式による結果は Galerkin 法による結果とよく一致していることが確認できる。

## 5.まとめ

本研究では、偏平傾斜ケーブルの固有振動解析のための簡単な修正 Irvine 方程式を提案した。この方程式の精度はきわめて良好で、傾斜偏平ケーブルの固有振動特性の把握に適用できる。

## 参考文献

- 1) H.M. Irvine : Cable Structures, The Massachusetts Institute of Technology Press, 1981.
- 2) 山口宏樹, 伊藤学 : ケーブルの三次元線形自由振動, 土木学会論文報告集, No.286, pp.29-36, 1979.6.