

Pareto 解のみを対象とした 2 目的最適化問題の最適性規準に関する一考察

九州共立大学大学院 学生員 當 間 亮
 九州共立大学大学院 正会員 三 原 徹 治
 第一復建(株) 正会員 千々岩浩巳
 第一復建(株) 正会員 兼 松 建 男

1. はじめに 多目的最適化問題の解は一般にトレードオフの関係にある解集合、すなわち Pareto 解集合を形成する。問題を構成する変数がすべて連続数の場合には、満足化トレードオフ法¹⁾によって選考解の選定を行うことができる。すなわち、各目的に対して設定した理想点および希求水準から各目的の満足度を算出し、その最大のものを最小化するという最適性規準（以後、Zmin 規準と呼ぶ）に基づく手続きを経て、結果的に各満足度が均一化された解として Pareto 解のひとつを得るものである。しかし、問題を構成する変数が離散変数である場合には Zmin 規準による解が必ずしも意思決定者を満足させる解とはならない場合もある。この難点を克服する一方法として著者らは、対象とする多目的最適化問題の連続最適解が得られることを前提に満足度空間上において連続最適解が有する満足度と各離散解が有する満足度との偏差 N を最小にする離散解を最適解とする Nmin 規準を提案した²⁾。さらに Nmin 規準が適用できない場合への対応として Nmin 規準に代わる最適性規準を試行錯誤的に提案し、その有効性を検討した³⁾。この検討過程において Nmin 規準による解が、離散的 Pareto 解ではない場合があることが発見された。

本研究では、離散的 Pareto 解のみを対象とした Nmin 規準による解を求め、すべての組合せを対象とした Nmin 規準による解の不一致の程度を検証するとともに、先に提案していた種々の最適性規準による解との一致度の検証を目的として、非常にシンプルな離散的 2 目的最適化問題による数値実験結果について報告する。

2. 最適性規準の提示 本研究で検討対象とした最適性規準を式(1)～(5)に示す。ここに、 Z_i^d は i 番目の目的に対する離散解の満足度、 Z^c は連続最適解の満足度、 Z^w は Zmin 規準で得られた離散解の満足度の加重平均値、 Z_i^A は判定対象離散解の満足度の算術平均値、 Z^A は Zmin 規準で得られた離散解の満足度の算術平均値である。

3. 数値実験対象問題 本研究で模索する最適性規準は連続最適解が得られず Nmin 規準を用いることができない場合への適用を目指しているが、その適用性を検討する場合には Nmin 規準による離散最適

$$Z = \max(Z_i^d) \quad (1)$$

$$N = \sum (Z^c - Z_i^d) \quad (2)$$

$$L = \sum (Z^w - Z_i^d) \quad (3)$$

$$B = \sum (Z_i^A - Z_i^d) + L \quad (4)$$

$$S = \sum (Z^A - Z_i^d) + L \quad (5)$$

解との一致度を検証する必要がある。そこで、ここでは式(6)に示すような 2 変数による 2 目的問題を設定し、数値実験を行うこととした。ここに、目的関数 P は任意の座標 (X_P, Y_P) の点と点 (X, Y) との偏差を最小にするという目的を表しており、同様に目的関数 Q は任意の座標 (X_Q, Y_Q) との偏差の最小化を意味する。決定すべき変数 (X, Y) は、それぞれ 1 から 10 までの整数とする。なお、目的関数 P, Q はいずれも最小化される関数であるため満足度を算出する際の理想点 P_s および Q_s は $P_s = Q_s = 0.0$ とする。目的関数 P, Q の希求水準 P_A および Q_A を数値実験パラメータとし、目的 P に対する希求水準 P_A を $P_A = 1.0, 1.1, \dots, 5.0$ と 0.1 刻みに 41 通り、目的 Q の希求水準 Q_A を $Q_A =$

1.0, 1.1, ..., 1.5 の 6 通りに設定し、総計 246 ケースとする。また、目的 P, Q の座標にはランダムに抽出した組合せから $P(7.6, 3.3)$, $Q(2.3, 8.4)$ を採用した。

$$\text{目的関数: } P = (X_P - X)^2 + (Y_P - Y)^2 \rightarrow \min \quad (6a)$$

$$Q = (X_Q - X)^2 + (Y_Q - Y)^2 \rightarrow \min \quad (6b)$$

$$\text{制約条件: } X \in \{0.1, 2, \dots, 10\}, Y \in \{0.1, 2, \dots, 10\} \quad (6c, d)$$

キーワード：離散的最適化問題、2 目的最適化問題、最適性規準

連絡先：〒807-8585 北九州市八幡西区自由ヶ丘 1-8 Tel093-693-3230

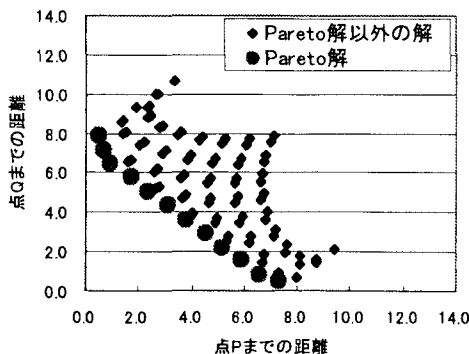


図-1 目的関数値空間における
離散的 Pareto 解

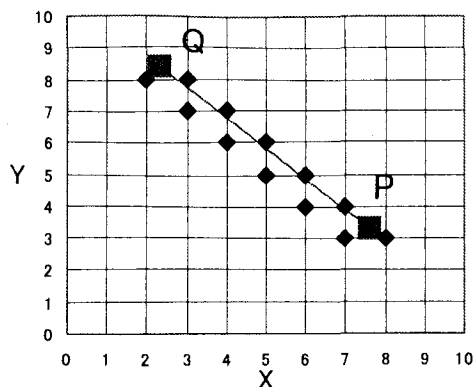


図-2 設計変数空間における離散的 Pareto 解

4. 数値実験

(1)Pareto 解探索：全 121 組の設計変数の組合せに対して各目的関数値を算出し、目的関数値空間にプロットしたうえで離散的 Pareto 解を求めた．図-1 には全 121 組の解と 12 組の離散的 Pareto 解を示す．図-2 では離散的 Pareto 解を、目標とする P、Q 点とともに設計変数空間表示している．

(2)各最適性規準による最適解探索と一致度調査：この離散的 Pareto 解のみを対象として希求水準値を変化させ、式(1)～(5)に示すそれぞれの最適性規準による最適解を求めた．その一部を表-1 に示す．表-1 には連続最適解，すべての組合せを対象とした Nmin 規準による最適解も併記している．

表-1 にも現れているように、Nmin 規準による最適解が全組合せを対象とした場合と Pareto 解のみを対象とした場合ではかなり不一致が目立つ．

また Smin 規準による最適解が Nmin 規準による最適解と高い一致度を示していることがわかる．

参考文献

- 1) 亀廻井寿明, 杉本博之, 中山弘隆: 構造最適設計のための改良型満足化トレードオフ法に関する研究, 土木学会論文集, 第 441 号, pp.117-126, 1992.1.
- 2) 三原徹治, 千々岩浩巳: 満足化トレードオフ法に基づく離散的 2 目的最適塑性設計に関する基礎的考察, 構造工学論文集, Vol.39A, pp. 475-484, 1993.3
- 3) 三原徹治, 千々岩浩巳, 兼松建男: 満足度をベースとする離散的 2 目的最適化問題の最適性規準に関する基礎的研究, 第 7 回システム最適化に関するシンポジウム論文集, pp.109-112, 2001.12.

表-1 調査結果の一部

				Nmin		一 致 度	(Pareto 解のみを対象)												一致度			
希求水準		連続最適解		(全組合せ)			Nmin		Zmin		Bmin		Smin		Lmin							
PA	QA	XC	YC	X	Y		X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	Zmin	Bmin	Smin	Lmin		
2.5	1.0	3.81	6.94	4	7	○	4	7	4	7	4	7	4	7	4	7	○	○	○	○		
2.6	1.0	3.77	6.98	4	7	○	4	7	4	7	4	7	4	7	4	7	○	○	○	○		
2.7	1.0	3.73	7.02	4	7	○	4	7	3	7	4	7	4	7	4	7		○	○	○		
2.8	1.0	3.69	7.06	4	8		4	7	3	7	4	7	4	7	4	7		○	○	○		
2.9	1.0	3.66	7.09	4	8		4	7	3	7	3	7	3	7	3	7						
3.0	1.0	3.63	7.13	4	8		3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
3.1	1.0	3.59	7.16	4	8		3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
3.2	1.0	3.56	7.19	4	8		3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
3.3	1.0	3.53	7.21	4	8		3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
3.4	1.0	3.50	7.24	4	8		3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
3.5	1.0	3.48	7.27	3	7	○	3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
3.6	1.0	3.45	7.29	3	7	○	3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
3.7	1.0	3.43	7.31	3	7	○	3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
3.8	1.0	3.40	7.34	3	7	○	3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
3.9	1.0	3.38	7.36	3	7	○	3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
4.0	1.0	3.36	7.38	3	7	○	3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
4.1	1.0	3.34	7.40	3	7	○	3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
4.2	1.0	3.32	7.42	3	7	○	3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	○	○	○	○		
4.3	1.0	3.30	7.44	3	7	○	3	7	3	8	3	7	3	7	3	7		○	○	○		
4.4	1.0	3.28	7.46	2	7		3	7	3	8	3	7	3	7	3	7		○	○	○		
4.5	1.0	3.26	7.47	2	7		3	7	3	8	3	7	3	7	3	7		○	○	○		
4.6	1.0	3.25	7.49	2	7		3	7	3	8	3	7	3	7	3	7		○	○	○		
4.7	1.0	3.23	7.51	2	7		3	7	3	8	3	8	3	7	3	7			○	○		
4.8	1.0	3.21	7.52	2	7		3	7	3	8	3	8	3	7	3	7			○	○		
4.9	1.0	3.20	7.54	2	7		3	7	3	8	3	8	3	7	3	8			○			
5.0	1.0	3.18	7.55	2	7		3	7	3	8	3	8	3	7	3	8			○			