

## Spread Sheet による Monte Carlo Simulation に関する基礎的考察

九州共立大学工学部 学生員 小路口光久  
 九州共立大学大学院 正会員 三原 徹 治  
 九州共立大学大学院 学生員 當 間 亮  
 第一復建(株) 正会員 千々岩浩巳

## 1. はじめに

構造物の安全性に関する問題は構造工学における重要なテーマのひとつである。従来の経験的な安全性評価法に代わる手法として確率論手法による合理的な評価法が広く用いられている。主として荷重および構造材料等の統計的バラツキを考慮して構造物が破壊する確率＝破壊確率を求め、安全性を定量的に評価するものである。解析的な破壊確率算定法では破壊モード間に相関がある場合などに限界があり<sup>1)</sup>、数値計算ツールの高性能化に伴って現在では Monte Carlo Simulation (以下 MCS) による手法が主流である。

MCS による構造物の破壊確率算出は一般にバッチ処理で実行されることが多い。破壊確率の収束判定およびそれに必要な試行回数の設定は解析者の判断によるが、バッチ処理ではあらかじめ実行する試行回数を設定する必要がある。得られた破壊確率の収束が甘いと判断される場合には、実行する試行回数を大きく設定しなおして再計算を行うが、それまでの計算過程を引継ぐことはほとんど行われない。

実行する試行回数をあらかじめ設定せず、得られた破壊確率が収束したと判断できるときに解析を終了するような対話型システムは、上記問題点に関する対策のひとつである。本研究では Spread Sheet 上に対話型 MCS システムを構築し、その特性について検討した。

## 2. 構造物の破壊確率

あるひとつの破壊モードにおける破壊確率  $P_f$  は、その破壊モードにおける荷重効果  $S$  と抵抗  $R$  が確率的に独立で正規分布に従うとすれば式(1)で求められる<sup>2)</sup>。ここに、 $\Phi(\cdot)$  は正規確率分布関数、 $\beta$  は安全性指標、 $\mu_s$ ,  $\sigma_s$  はそれぞれ荷重効果  $S$  の平均値、標準偏差、 $\mu_R$ ,  $\sigma_R$  はそれぞれ抵抗  $R$  の平均値、標準偏差である。

$$P_f = P(R - S < 0) = 1 - \Phi(\beta) \quad (1)$$

$$\text{where } \beta = (\mu_R - \mu_s) / \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_s^2}$$

本研究では Spread Sheet 上に対話型 MCS システムを構築することを主眼とするため最も基本的な解析例、すなわち単純支持の長柱の座屈破壊というただ 1 つだけの破壊モードを有する構造システムを解析対象とする。よって式(1)による算定値は MCS の目標値となる。

## 3. Spread Sheet 上での MCS システムの構築

(1)対象解析例<sup>2)</sup>： 本研究では、軸圧縮力  $S = N(21.0\text{tf}, 5.2\text{tf})$  を受ける単純支持の長柱の座屈破壊（その抵抗値  $R$  を解析パラメータとする）を解析対象とする。

(2)MCS システムの構築： MCS システムのプラットフォームには、現在広範に使用されている Microsoft 社の Excel2000 を用いた。この Spread Sheet には MCS に必要な(擬似)一様乱数の発生機構が具備されており MCS のための特別なツールを準備する必要がない。また複数の Sheets を設定することができ、簡易ながらグラフ表示機能も備えており、対話型 MCS の実行に重宝である。

(3)Simulation Sheet の構築： 正規確率分布に従う確率量  $X$  は中心極限定理から式(2)により近似的に算出される。ここに、 $\mu_X$  および  $\sigma_X$  はそれぞれ確率量  $X$  の平均値および標準偏差、 $r_i$  は(擬似)一様乱数である。式(2)を用いて一度に 10,000 回の試行を実行

$$N(\mu_X, \sigma_X) \approx \mu_X + \left( \sum_{i=1}^{12} r_i - 6 \right) \sigma_X \quad (2)$$

する Simulation Sheet を図-1 のように構築した。セル C6:C9 に抵抗  $R$  および荷重効果  $S$  の平均値および標準偏差  
 キーワード：Spread Sheet, Monte Carlo Simulation, 破壊確率

連絡先：〒807-8585 北九州市八幡西区自由ヶ丘 1-8 Tel093-693-3230

準偏差を入力すると、セル C13 と D13 では 1 組目の抵抗および荷重効果のサンプル値が算出され、セル E13 で性能関数値が算出される。以下、10,000 組の試行がほぼ瞬時に終了すると、負の性能関数値が生じたケース数がカウントされセル C4 に破壊ケース数として表示される。

(4)Run Sheet の構築： 実際に対話型の MCS を行う Run Sheet を図-2 に示すように構築した。セル A5 は Simulation Sheet のセル C4 を絶対参照しており、その値をセル B8,9...に順次入力もしくはペーストすると、破壊確率およびその変化率が瞬時に算出する。同時に G 列には変化率が 1%以下の場合に\*が表示される。グラフ画面には式(1)で求めた目標値と MCS 値が、10,000 試行を単位に表示される。

#### 4. 数値実験

抵抗  $R$  を  $N(30.0tf, 3.0tf)$  とした Case I と  $N(40.0tf, 4.0tf)$  とした Case II とで数値実験を行った結果を表-1 に示す。10,000 組を単位とした試行を繰返し、破壊確率の変化率が連続 3 回 1%以下のとき収束と判断した。両 Case ごとにそれぞれ Run1~10 の 10 回ずつ数値実験を行い、収束した破壊確率値とそのときの試行回数を示している。\*欄は式(1)で算定した値（目標値）である。

Case I ではいずれの Run においても目標値と非常に近い MCS 値が得られている。試行回数も最大で 10(Run7)であり、大半は 7 回以下の試行回数で所望の値に収束している。これに対して Case II では、目標値が Case I より 1 オーダー小さいことも影響して最小でも 8 回、最大 29 回の試行回数を要しており、収束した MCS 値はいずれも目標値より小さいという結果が得られた。このように確率分布の裾部分の影響が大きい場合への適用などに問題点は残すが、Spread Sheet の利点を生かした対話型システムによる MCS 手法は、従来のバッチ処理による方法に比較して簡便かつ手軽な方法として今後さらに活用の幅が広がるものと思われる。

参考文献 1)M.IIZUKA,T.MIHARA et. al.: Reliability Analysis of Large Structures Using Optimization Technique, Proc. of JSCE, No.380, pp.121-129, 1987.4. 2)星谷勝:確率論手法による構造解析,鹿島研究所出版,1973.

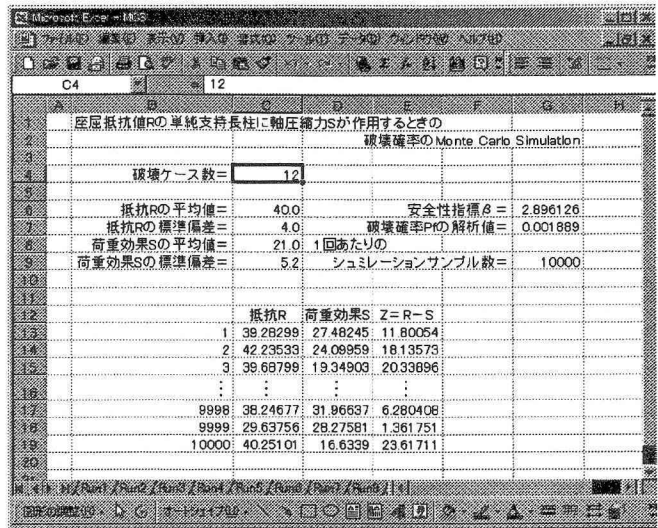


図-1 Simulation Sheet

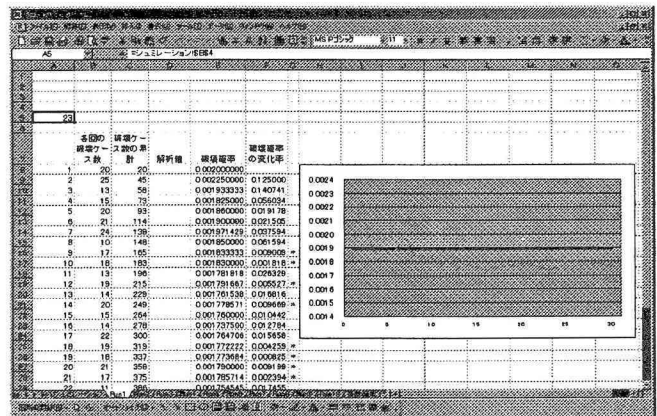


図-2 Run Sheet

表-1 数値実験結果

| Run | Case I         | Case II        |
|-----|----------------|----------------|
| 1   | 5 0.066880000  | 20 0.001790000 |
| 2   | 4 0.065675000  | 12 0.001866667 |
| 3   | 6 0.067800000  | 8 0.001712500  |
| 4   | 4 0.066650000  | 20 0.001670000 |
| 5   | 7 0.066414286  | 8 0.001550000  |
| 6   | 9 0.067355556  | 24 0.001616667 |
| 7   | 10 0.068540000 | 29 0.001710345 |
| 8   | 7 0.066814286  | 29 0.001582759 |
| 9   | 7 0.066885714  | 17 0.001794118 |
| 10  | 5 0.068400000  | 19 0.001715789 |
| *   | 0.066915138    | * 0.001889069  |