信頼性制約を有する貯水池操作ルール設計モデル
-複数貯水池系を対象として-

川鉄エンジニアリング（株）　正会員　○着浩二　鳥取大学工学部　正会員　多々納裕一
鳥取大学工学部　正会員　小林潔司

1．研究の目的

水利用システムの渇水に対する信頼性を評価するためには、渇水の「生起頻度」、「期待継続期間」及び渇水による「期待損失」を総合的に評価する必要がある。そこで　本研究では、渇水に対する信頼性制約を考慮した複数貯水池系の統合的操作ルールを提案する。具体的には、渇水の「生起頻度」及び「期待継続期間」を制約条件として有する期待損失最小化モデルとして定式化する。さらに分解原理を導入することによりモデルを親問題・子問題に分解する。さらに、子問題を確率DPモデルとして定式化し、最適な操作ルールを求めるような効率的な解法を提案する。

2．定式化の前提条件

1) 流域のモデル化

N個の貯水池とM個の評価地点を有する流域を想定し、貯水池と評価地点にそれぞれ番号$i(i=1,\cdots,N)$、$m(m=N+1,\cdots,N+M)$を付与する。ここで各貯水池または評価地点によって流域を分割し、各分割流域の下流端に位置する貯水池または評価地点の番号を用いて各分割流域に番号を設定する。

ここで、分割流域jからの流出量をI_n^j、貯水池iの貯水容量をS_n^i、放流量をR_n^iとすると、貯水池iでの連続式は次式で定義される。

$$S_{n+1}^i = S_n^i + I_n^i + \sum_{j\in\Gamma_i} I_n^j + \sum_{j\in\Lambda_i} R_n^j - R_n^i \tag{1}$$

また、評価地点mの流量をQ_n^mとすると、評価地点mでの連続式は次式で定義される。

$$Q_n^m = I_n^m + \sum_{j\in\Xi_m} I_n^j + \sum_{j\in\Gamma_m} R_n^j \tag{2}$$

ただし、Γ_iは貯水池iの上流に位置する評価地点の番号の集合、Λ_iは貯水池iに接続する貯水池の番号の集合、Ξ_mは評価地点mに接続する評価地点の番号の集合、Γ_mは評価地点に接続する貯水池の番号の集合である。

2) 状態ベクトルの定義

各貯水池iの当該期nの放流可能量X_n^i、残流域流出量I_n^m、評価地点mにおいて渇水が起きているか否かを表す渇水モード変数δ_n^mを用いて状態ベクトルを以下のように定義する。

$$\boldsymbol{X}_n = (X_n^1,\cdots,X_n^N) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{I}_n = (I_n^{N+1},\cdots,I_n^{N+M}) \tag{4}$$

$$\delta_n = (\delta_n^{N+1},\cdots,\delta_n^{N+M}) \tag{5}$$

X_n^i、δ_n^mは次式で定義される。ただし、評価地点mにおける必要流量をD_mとする。

$$X_n^i = S_n^i + I_n^i + \sum_{j\in\Gamma_i} I_n^j \tag{6}$$

$$\delta_n^m = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad Q_n^m < D_m \\ 0 & \text{oterwise} \end{cases} \tag{7}$$

3) 貯水池操作ルールの定義

統合的貯水池システムの状態$(\boldsymbol{X}_n,\boldsymbol{I}_n,\delta_n)$の実現値$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{i},\boldsymbol{k})$に対して各貯水池からの放流量$\boldsymbol{r}=\{r_1,\cdots,r_N\}$の同時選択確率$\psi_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{i},\boldsymbol{k})}^{\boldsymbol{r}}$を対応づける混合戦略型の統合的操作ルール$\Psi$として定義する。

4) 信頼性評価指標

渇水に対する水利用システムの信頼性を評価するため、以下の評価指標を操作ルールΨ_jを所与として定義する。

a) 渇水の生起確率PF_m^j … 定常状態において水利用システムが渇水状態にある確率であり、次式で定義される。

$$PF_m^j = \sum_{\boldsymbol{r}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{i},\boldsymbol{k})} L_{PF}(q_m,k_m) \times \pi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{i},\boldsymbol{k}|\Psi_j)\psi_{j\,(\boldsymbol{x},\boldsymbol{i},\boldsymbol{k})}^{\boldsymbol{r}} \tag{8}$$

ただし、q_m、k_mはそれぞれ評価地点mにおける流量、渇水モード変数の実現値である。また$L_{PF}(q_m,k_m)$は次式で定義される関数である。

$$L_{PF}(q_m,k_m) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad q_m < D_m \\ 0 & \text{oterwise} \end{cases} \tag{9}$$

b) 渇水の生起頻度FR_m^j … 渇水状態が生じてから、次に正常状態に戻るまでの期間をひと続きの渇水とみるとき、渇水の生起頻度はこのひと続きの渇水が生起する確率であり次式で定義される。

$$FR_m^j = \sum_{\boldsymbol{r}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{i},\boldsymbol{k})} L_{FR}(q_m,k_m) \times \pi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{i},\boldsymbol{k}|\Psi_j)\psi_{j\,(\boldsymbol{x},\boldsymbol{i},\boldsymbol{k})}^{\boldsymbol{r}} \tag{10}$$

ただし、L_{FR}は次式で定義される関数である。

$$L_{FR}(q_m, k_m) = \begin{cases} 1 & \text{if } q_m < D_m \text{and} k_m = 0 \\ 0 & \text{oterwise} \end{cases} \qquad (11)$$

c) 渇水の再現期間 RP^j_m … 正常状態に復帰した後、再び渇水状態となるまでの期間数の期待値であり、次式で定義される。

$$RP^j_m = \frac{1}{FR^j_m} \qquad (12)$$

d) 渇水の期待継続期間 ED^j_m … 渇水が生起したという条件のもとで、つぎに正常状態に戻るまでの期間数の期待値であり、次式で定義される。

$$ED^j_m = \frac{PF^j_m}{FR^j_m} \qquad (13)$$

e) 渇水の期待損失 EL^j_m … 評価地点 m での流量 q_m に対する社会的な損失を $L(q_m)$ とおくと、渇水による期待損失は次式で定義される。

$$EL^j_m = \sum_r \sum_{(x,i,k)} \pi(x,i,k|\Psi_j) L(q_m) \psi_j{}^r_{(x,i,k)} \qquad (14)$$

3．モデルの定式化と解法

評価地点 m 毎の、渇水の「生起頻度$\overline{FR}_m$」と「期待継続期間$\overline{ED}_m$」を制約条件として有する期待損失最小化モデルとして、統合的操作ルール設計モデルを分解原理を導入し定式化する。まず、期待損失最小化モデル(親問題)を以下に示す。

$$\min \quad \sum_{j=1} EL_j \alpha_j \qquad (15)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_j FR^j_m \alpha_j \le \overline{FR}_m \qquad (16)$$

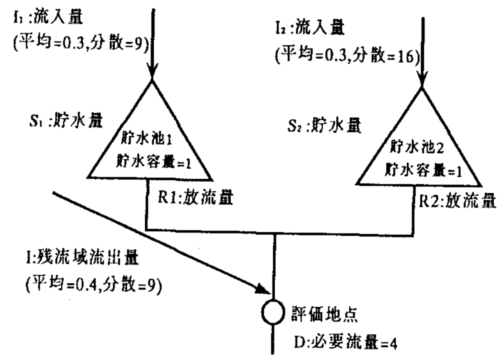
$$\sum_j PF^j_m \alpha_j - \overline{ED}_m \sum_j FR^j_m \alpha_j \le 0 \qquad (17)$$

$$\sum_j \alpha_j = 1 , \ \alpha_j \ge 0 \qquad (18)$$

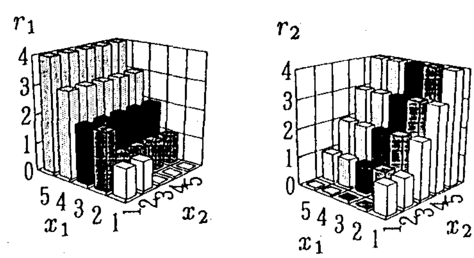
ここで$\overline{FR}_m$、$\overline{ED}_m$はそれぞれ渇水の「生起頻度」、「期待継続期間」の制約の上限値、α_jは混合戦略型操作ルールを構成するそれぞれの操作ルールの混合比を表す。$\boldsymbol{h}_j = (h^1_{j_1}, \cdots, h^1_{j_M}, h^2_{j_1}, \cdots, h^2_{j_M})$ は式(16), 式(17)に対応する双対変数とすると、Ψ_jを所与とすれば親問題の双対問題は以下のような確率DP(子問題)に帰着される。

$$v^{h_j}_{(x,i,k)} + g = \min_r \sum_m L(q_m) + h^1_{j_m} L_{FR}(q_m, k_m) + h^2_{j_m} \{L_{PF}(q_m, k_m) - \overline{ED}_m L_{FR}(q_m, k_m)\} + \sum_{(y,j,l)} v^{h_j}_{(y,j,l)} P^{\ r}_{(x,i,k)\ (y,j,l)}$$

子問題の解は純粋戦略型操作ルール$r_j(x,i,k)$として与えられる。つぎに、上述の親問題、子問題を繰り返し計算することにより最適な混合戦略型操作ルールΨ^*を求めることが可能となる。具体的には、まず親問題の実行可能解$\boldsymbol{\alpha}^0$に対応する双対変数ベクトル$\boldsymbol{h}^0_j (j = 1, \cdots, 2M)$を求める。つぎに、シンプレックス基準により$\boldsymbol{\alpha}^0$が最適解か否かを判定し、最適解であれば$\Psi = \sum \alpha^0_j \psi^0_j$を最適な混合戦略型操作ルールとして採用する。もし、$\boldsymbol{\alpha}^0$がシンプレックス基準を満たさない場合には、改訂シンプレックス法の軸演算により基底を更新し、対応する双対変数ベクトルを求める。そして、新たに基底変数となった$\boldsymbol{\alpha}_j$に対応する双対変数ベクトル$\boldsymbol{h}_j$を用いて子問題に返り操作ルール$\boldsymbol{r}(\boldsymbol{h}_j)$を算定する。さらに親問題に戻ってシンプレックス基準に基づく最適性の判断を行う。このような計算手順により、最適な混合戦略型の操作ルールΨ^*が算定できる。この場合Ψ^*は親問題の基底解αに対応する操作ルール$(\boldsymbol{r}^*_1(x,i,k), \cdots, \boldsymbol{r}^*_{2M}(x,i,k))$を混合比$\alpha$によって混合した操作ルールとなる。



図－1 想定した流域モデル



流入量の分散=小　　流入量の分散=大

図-2 図-1の流域に対する貯水池操作ルール

4．数値計算の結果

図-1に示すような2貯水池が並列に配置されており、その下流端に残流域流出量、評価地点を有する流域モデルを想定し、この流域に対して最適な混合戦略型操作ルールを算定した。この混合戦略型の操作ルールから、最適な純粋戦略型の操作ルールの近似解を導いた。その結果の一部を図-2に示す。この結果は残流域流出量=2でかつ前期に渇水が生じていない場合を取り上げている。この分析ケースでは貯水池の規模が等しく、流入量の分散が異なる場合には分散の小さな貯水池からの放流を優先すべきであるという結論が得られた。