粘性土地盤の２次元圧密問題の混合法有限要素解析

鳥取大学工学部　（正）清水正喜
○（学）藤井秀樹・上羽敏史

1．はじめに

有限要素法によって地盤の境界値問題を解析する場合、通常、変位法が用いられる。しかし、変位法に基づく有限要素解析では、応力が要素間で不連続になる。このことは、圧密問題においては、もう一つの独立な未知量である間隙水圧を節点近似する方法を採った場合，間隙水圧は要素間で連続になるので、有効応力を求める際に、誤差を生じる一因となる。

この問題点は、応力も独立な未知量として節点近似する方法（混合法）を適用することにより改善できると考えられる。清水ら[1)]，[2)]は、このような観点から、混合法によるひとつの定式化の方法と解析例を示した。本報告の目的は、清水ら[1)]における問題点を修正し、応力の連続性について再度検討することである。問題点とは，混合法による定式化に基づいているにも拘らず，有効応力を変位法と同じように構成関係から直接求めたことである．

2．応力の評価法

微小変形を仮定し、場の方程式として、応力のつり合い式と間隙水の連続式を考える。さらに、Darcyの法則と土の構成式を考慮する。（定式化の詳細は文献[1)]を参照．）

2．1　混合法における応力評価

以下、節点値に”－”を付ける。全応力を有限要素近似する方法を採用した。

$$\{\Delta\sigma\} = [N\sigma]\{\Delta\overline{\sigma}\} \tag{1}$$

ここに、$[N\sigma]$は、内挿関数。有効応力ひずみ関係の要素における重み付き残差は

$$Re = \langle w\rangle([a3]\{\Delta\overline{\sigma}\}-[12]\{\Delta\overline{p}\}-[k2]\{\Delta\overline{u}\}) \tag{2}$$

で与えられる。ここに，

$$[a3] = \int[N\sigma]^T[N\sigma]dVe$$

$$[12] = \int[N\sigma]^T\{m\}\langle Np\rangle dVe$$

$$[k2] = \int[N\sigma]^T[D][B]dVe$$

$$\{m\} = \langle 1\ 1\ 0\rangle^T$$

積分は要素領域で行う．重み関数の任意性を考慮して、重み付き残差をゼロとするための条件から

$$\{\Delta\overline{\sigma}\} = [a3]\quad([12]\{\Delta\overline{p}\}+[k2]\{\Delta\overline{u}\}) \tag{3}$$

を得る。式（３）を全応力のつり合い式の重み付き残差に代入し、変位と間隙水圧の連続性を仮定して、全体系にアセンブルし、全体系の重み付き残差をゼロにする。一方、連続式の全体系における重み付き残差についてもゼロにする条件式を求める。

この２つの条件式を連立させることにより、有限要素解$\{\Delta\overline{u}\}$,$\{\Delta\overline{p}\}$が求まる。有限要素解から、式（３）を用いて節点での応力を、さらに、次の式（４），（５）から任意点の全応力，および有効応力を求めることができる。

$$\{\Delta\sigma\} = [N\sigma][a3]\quad([12]\{\Delta\overline{p}\}+[k2]\{\Delta\overline{u}\}) \tag{4}$$

$$\{\Delta\sigma'\} = \{\Delta\sigma\}-\Delta p\cdot\{m\} \tag{5}$$

2．2　変位法における応力評価

$$\{\Delta\sigma'\} = [D][B]\{\Delta\overline{u}\} \tag{6}$$

先の報告[1)]では、応力を評価する段階で式（４）または（５）によらず、変位法における評価法（式（６）を用いた。

3．解析モデル

図１に示すように，一様な飽和粘性土から成る弾性地盤上に、台形状盛土を瞬時に載荷することを想定した。上端及び下端は排水境界，左右端は非排水境界である．計算に用いた材料定数を表１に示す。

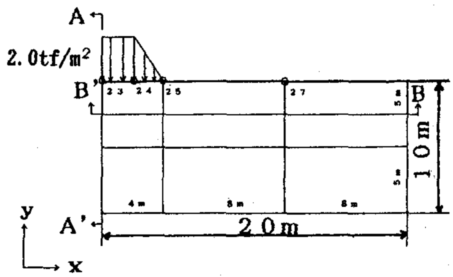

図1：解析モデル

表1：計算に用いた材料定数

ヤング率	$1.00\times10^{2}tf/m^2$
ポアソン比	0.33
透水係数	$8.64\times10^{-3}m/d$
間隙率	0.5
地盤の単位体積重量	$1.86tf/m^3$

4．結果

図2に、地表面上の代表的な点での時間－沈下曲線を表す。

有限要素解から節点における応力を求め、さらに、式（4）からA－A'およびB－B'断面上の応力分布を求めた。

図3に、A－A'断面上のσ'_{yy}の分布を示す。σ'_{yy}は、要素間でほぼ連続となった。

図4に、B－B'断面上のσ'_{xx}の分布を示す。σ'_{xx}は、要素間で連続となっていない。

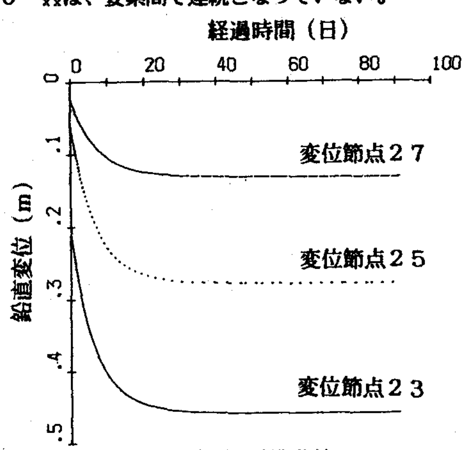

図2：代表的な点の沈下－時間曲線

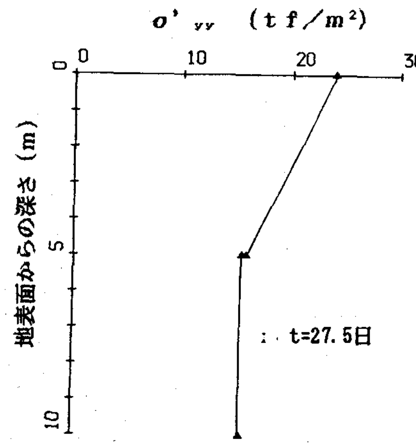

図3：A－A'断面上のσ'_{yy}の分布

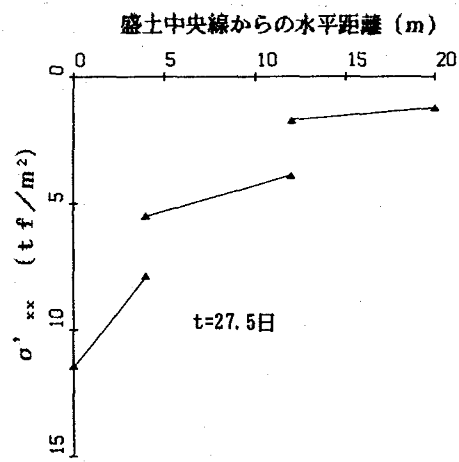

図4：B－B'断面上のσ'_{xx}の分布

5．結論

本研究で用いた方法によれば、１次元圧密問題では要素間で連続な応力解が得られた[2]が、２次元圧密問題では要素間で連続な解が得られなかった。変位法による結果と比較する必要がある。

参考文献

１）清水・前田(1991)：混合法による有限要素解析の圧密問題への適用，第２６回土質工学研究発表会，pp. 1163-1166.

２）清水・上羽・梅谷(1993)：非線形材料の１次元圧密問題に対する混合法有限要素解析の適用、第４８回年次学術講演会，pp. 1216-1217.