波浪データのフラクタル性について

鳥取大学工学部　正員　○太田 隆夫
鳥取大学工学部　正員　　木村　晃

１．はじめに：現在，運輸省港湾局および気象庁により全国５０数カ所で波浪観測が行われており，その結果として一般に公表されるデータは，１時間あるいは２時間毎の有義波の波高，周期および平均波向である．このうち波高と周期については，それらの出現頻度分布に対する確率密度関数の当てはめなどの統計解析が行われている．本研究では，従来２次元あるいは３次元の複雑なデータに用いられきたフラクタル解析を，有義波高と有義波周期の時系列データに適用し，これらのデータのフラクタル性の有無について検討する．その結果，フラクタル性があると判断されれば，同時にそのデータのフラクタル次元が求められる．フラクタル性あるいはフラクタル次元は，現在のところ直ちに工学的に応用できるものではないが，有義波高および有義波周期の時系列データの特性を表す指標となる可能性について本研究で検討を行う．

２．フラクタル解析：時系列データのフラクタル性は，樋口(1989)の方法を用いて検討する．すなわち，時系列を$\{x(t)\}(0\leq t\leq M-1)$とすると，時刻kから時間間隔$t'$ごとのデータを結んだ折れ線の長さ$L_k(t')(k=0,\cdots,t')$は次式で与えられる．

$$L_k(t')=\left\{\left(\sum_{i=1}^{[(M-k)/t']}\left|x(k+it')-x(k+(i-1)t')\right|\frac{M-1}{[(M-k)/t']t'}\right)\right\}\Big/t' \qquad (1)$$

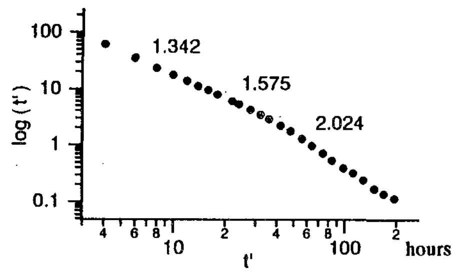
ここで，$L_t=[(M-k)/t']t'$で，$[z]$はzを越えない整数である．つぎに，$L_k(t')$のkについての平均$L(t')$を求める．$L(t')$をt'に対して両対数でプロットして，グラフがほぼ直線となればこの時系列はフラクタル性を有すると判断される．フラクタル次元Dは，グラフ上の$(\log t', \log L(t'))$の点に最小２乗法で直線を当てはめ，この直線の傾きの絶対値で定義される．時系列のフラクタル次元は理論的には$1\leq D\leq 2$の範囲にあり，$D=1$のとき時系列のグラフは一本の直線状となり，$D=2$のときは平面を埋め尽くすような様相を示す．また統計的には，$D=1$に近いほど相関性を有するデータであり，$D=2$に近くなるにつれランダム性の強いデータとなる．本研究では有義波高および有義波周期の時系列データを上記の方法で解析する．解析の結果，これらのデータがフラクタルであると判断されれば，直ちにそのフラクタル次元が求められる．また，これと同時にデータの周波数スペクトルを求め，その特性を表すパラメータとフラクタル次元との関係について検討する．

３．解析に用いたデータ：本研究で解析の対象としたのは，全国港湾海洋波浪観測資料(NOWPHAS 1991)に記載されている２時間毎の有義波高と有義波周期のうち，鳥取港において観測されたデータである．連続して２回以下の欠測については線形補間を行い，３回以上７回以下の欠測については数値を０とした．ただし，５月中旬に約３日間の欠測があるため，１月～５月中旬のデータ(DATA1)と５月中旬～１２月のデータ(DATA2)に分けて解析を行った．なお，データ数は，前者が1578，後者が2760である．

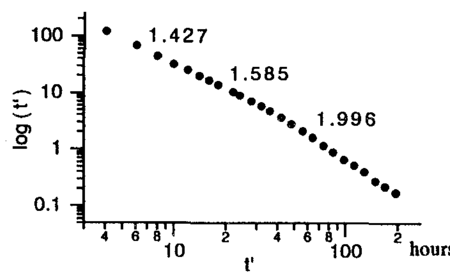
４．解析の結果：図－１～４に$(t', L(t'))$を両対数グラフにプロットした一例を示す（横軸の単位は時間）．図－１，２はDATA1，図－３，４はDATA2についての解析結果で，図－１，３は有義波高，図－２，４は有義波周期である．図から分かるように，プロットした点はほぼ直線上にあり，これらのデータはフラクタル性を有すると判断される．ただし，図－１では約22時間と約45時間を境にして，図－２では約20時間と約40時間を境にして，直線の傾きが変化している．同様に，図－３では約14時間と約37時間，図－４では約17時間と60時間である．図中の数値は各領域に対する直線の傾きの絶対値，すなわちフラクタル次元である．これらの図より，ある時間を境にして時系列が相関性のある過程からランダム性の強い過程へと推移していくことがわかる．ただし，DATA1とDATA2で，フラクタル次元およびそれが変化する時間が異なっており，これが

有意なものであるかはさらにデータを増やして検討する必要がある．図－５および６に，DATA1の有義波高および有義波周期の周波数スペクトルを示す（横軸の単位は時間$^{-1}$）．図からわかるように，低周波数側($f<0.015$)とそれより高周波数側($0.015<f<0.08$)では勾配が異なっている．図中の数値は各領域の勾配の絶対値である．樋口(1989)によれば，この勾配の絶対値をα，フラクタル次元をDとすると，$1.5<\alpha<2.5$ 程度の場合，$D=(5-\alpha)/2$ の関係があるとされている．図－５，６の高周波数側の値から上式によりDを求めると，1.335および1.492となり，図-１，２の最も短時間側のフラクタル次元とほぼ一致している．

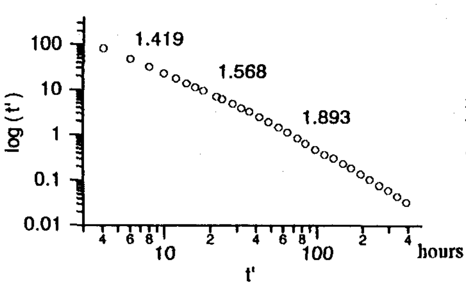
［参考文献］樋口知之：時系列データのフラクタル解析，統計数理，第３７巻，第２号



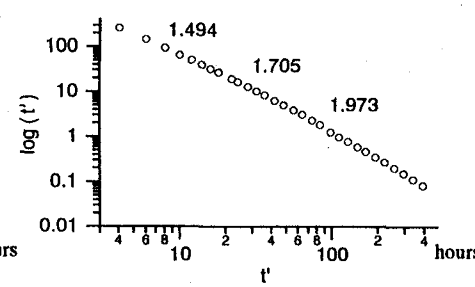
図－１　$H_{1/3}$ の解析結果(DATA1)



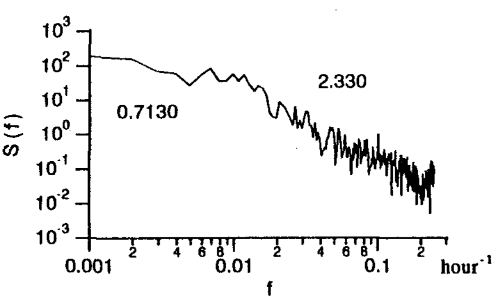
図－２　$T_{1/3}$ の解析結果 (DATA1)



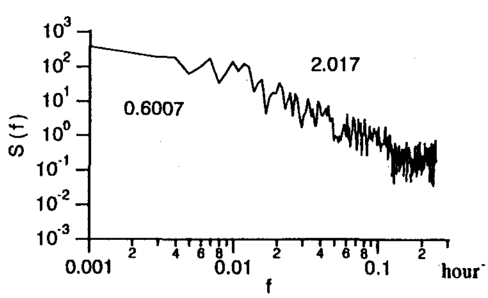
図－３　$H_{1/3}$ の解析結果(DATA2)



図－４　$T_{1/3}$ の解析結果 (DATA2)



図－５　$H_{1/3}$ のスペクトル(DATA1)



図－６　$T_{1/3}$ のスペクトル(DATA1)