

不規則波高の確率分布について

鳥取大学工学部 ○正員 木村 晃, 正員 太田 隆夫

1. はじめに：現地波浪の波高の確率特性はRayleigh確率分布で精度よく近似できることは広く知られているが、これは「一点」で計測された波高の確率分布であることに注意しなければならない。防波堤、船舶など一定以上の大きさを持った構造物の場合、それに沿う波高は場所的に変化する。すなわち、波高計の位置に常に大きな波が来襲するわけではない（図-1）。しかしながらこれらの構造物では大きな波がどの部分に作用しようとも、「大きな波が作用した」ともと判定される。このように構造物の大きさの範囲の中で大きな波が選択的に認識される場合には、波高の確率分布は構造物の規模に応じて変化する。この研究は多方向不規則波浪場に設置した仮想平面に沿って観測される波高の最大値の確率特性について理論的な検討を行ったもので、それがRayleigh分布と大きく異なることを明らかにしたものである。

2. 包絡線の最大振幅の確率分布：一般に不規則波浪の方向スペクトルは $E(f, \theta) = S(f)H(f, \theta)$ のように周波数スペクトル $S(f)$ と方向分布関数 $H(f, \theta)$ の積として表されることが多いがここではそれを $E(u, v) = C_e E(f, \theta) / (2\pi K)$ なる関係を用いて波数スペクトルに変換する。ここに u, v は静水面上にとった座標軸 x, y 方向の波数、 C_e, K はそれぞれ周波数 f の成分波に対応する群速度と波数（スカラー）である。いま x, y 平面に任意の仮想平面 G をたてると、この平面に沿う不規則波の波数スペクトルは次式の様に定義される。

$$E_{\phi}(u') = \int_{-\infty}^{\infty} E(u, v) dv' \quad (1)$$

ここに u' は平面 G に沿う波数、 v' はそれと直角方向の波数、 ϕ は G と x 軸のなす角度である。 G に沿う座標軸を x' とおき、 $t=0$ で平面 G により切りとられる3次元不規則波の断面形を $\eta(x')$ 、これに対して定義したRiceの包絡線の振幅を $R(x')$ とする。いま、 $R(x')$ を $R(x') = R(0) + R'(0)x' + R''(0)x'^2 + \dots$ のように展開する。ここに $R(0)$ は $x'=0$ における包絡線振幅、「および」はそれぞれ x' に関する1および2回の導関数である。 x' が十分小さい場合、 $R(x')$ は上の展開式の3項程度で十分近似できる。いま $x'=0$ を中心とする $\pm \Delta L$ の範囲内の $R(x')$ の最大値 R_m と $R(0)$ との差を ΔR （図-2）とするとその確率分布は

$$P(\Delta R)_R = \int_Q P[R'(0), R''(0); R(0)] dS \quad (2)$$

で与えられる。ここに $P[R'(0), R''(0); R(0)]$ は $x'=0$ での包絡線振幅が $R(0)$ となる条件下での $R'(0)$ と $R''(0)$ の結合確率分布であり次式で与えられる。

$$P[R'(0), R''(0); R(0)] = P[R(0), R'(0), R''(0)] / P[R(0)]$$

ここに $P[R(0)]$ はRayleigh分布であり、 $P[R(0), R'(0), R''(0)]$ は $x'=0$ における R, R', R'' の結合分布であり次式で与えられる（木村、太田；1993）。

$$P[R(0), R'(0), R''(0)] = 2\alpha \int_0^{\infty} \exp\{-\beta \chi^4 + \gamma \chi^2\} d\chi \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{R^2}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{B_4}} \exp\left\{-\frac{1}{2B^2} (B_0 R^2 - 2B_2 R R'' + B_{22} R'^2 + B_4 R''^2)\right\}$$

$$\beta = B_4 R^2 / 2B^2, \quad \gamma = (B_{22} - 2B_4 R R'' + 2B_2 R^2) / 2B^2$$

であり、 B_0, B_2, B_4, B_{22} は(1)式のスペクトルから決まる定数である。

また、(2)式の積分領域 Q は $R_m - R(0) = \Delta R \sim \Delta R + dR$ となる領域であり、図-3に示すように

$|R'(0)/R(0)| \leq \Delta L$ の場合；

$$- \{R'(0)\} / \{2R''(0)\} \sim - \{R'(0)\} / \{2R''(0)\} + dR \quad (4, a)$$

$|R'(0)/R(0)| > \Delta L$ の場合；

$$R'(0) > 0; \quad R'(0) \Delta L + R''(0) (\Delta L)^2 / 2 \sim R'(0) \Delta L + R''(0) (\Delta L)^2 / 2 + dR$$

$$R'(0) < 0; \quad -R'(0) \Delta L + R''(0) (\Delta L)^2 / 2 \sim R'(0) \Delta L + R''(0) (\Delta L)^2 / 2 + dR \quad (4, b)$$

となる。ただし、 $R(x')$ の展開は第3項までとする。最後に波高計の設置位置 $x'=0$ を中心とした $\pm \Delta L$ の範囲内での包絡線振幅の最大値の確率分布は

$$P(R_m) = \int_R^\infty P(\Delta R)_R p(R) dR \quad (5)$$

で与えられる。ここに $p(R)$ はRayleigh分布である。

3. 計算結果：図-4は $R(0)=1.0$ とした場合の(2)式の計算結果で、 $R(0)=1.0$ の場合の分布形である。対象とした不規則波は深海域で $H_{1/3}=5.5\text{m}$, $T_{1/3}=10\text{s}$, $S_{\max}=10$, $\theta=0^\circ$, $\Delta L=L_{1/3}/10$ とした場合のもので、図中の点線は(4, a), 実線は(4, b)による最大値の分布である。図-5は(5)式(点線)とRayleigh分布を比較したもので、図からわかるように $\Delta L=L_{1/3}/10$ と非常に狭い範囲にもかかわらず分布形に大きな差異が現れている。

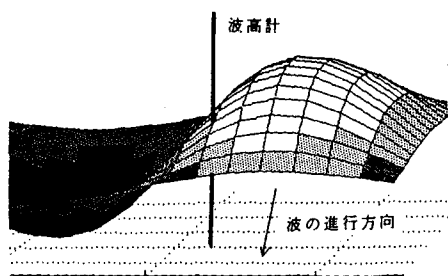


図-1 2次元的な波形と波高計

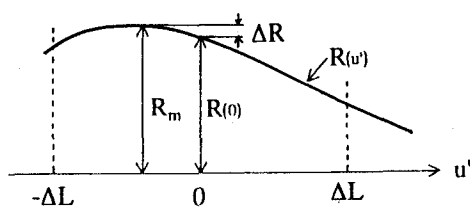


図-2 $\pm \Delta L$ 内の R_m と ΔR の関係

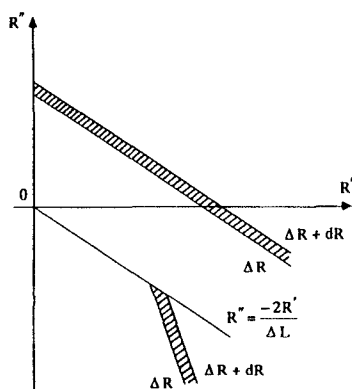


図-3 積分領域Q (斜線部: $R' > 0$ の範囲のみ)

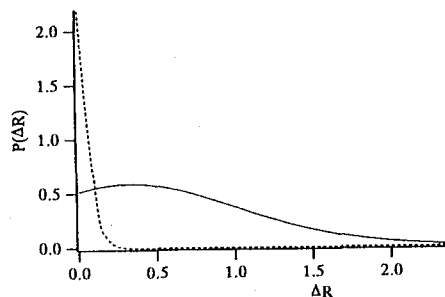


図-4 ΔR の確率分布 ($R(0)=1.0$)

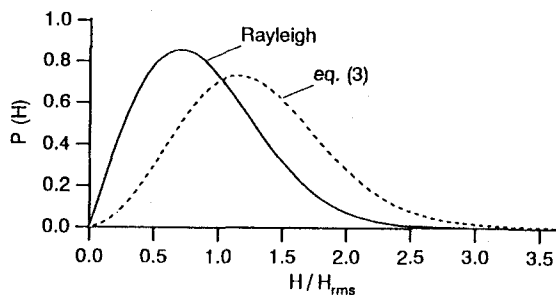


図-5 $\pm \Delta L$ 内の波高の最大値の確率分布