気温を考慮した日降水時系列モデルの開発

徳島大学工学部　正　員　端野道夫
徳島大学大学院　学生員　岳　生
徳島大学大学院　学生員　○名倉陽子

1．まえがき

徳島における過去100年間の月平均気温と日降水量の2つのデータから、非定常なMarked Point Processとして一雨降水特性の変化を定量化するモデルの開発を試みる。

2．日降水時系列モデル

一雨を図-1のように日単位で連続する降水と定義し、連続降水日数T_r, 連続無降水日数T_b, 降水発生間隔日数T_a, 一雨降水量Rを一雨降水特性とする。

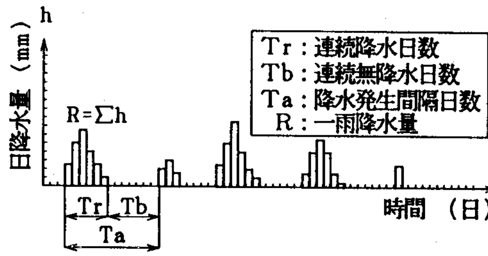

図-1 一雨降水特性の定義

一雨発生回数N_tの分布については、平均と分散の大小関係より二項分布, ポアソン分布, 負の二項分布のいずれかの分布が適切かを知ることができる[1]。一雨発生回数N_tの平均値$E(N_t)$を式(1)のようにモデル化すると、その分散は式(2)で与えられる[2]。このとき、T_aの平均値$E(T_a)$は式(3)のようにT_rとT_bに関する二変数指数型Freund分布のたたみこみ積分より求めることが容易にできる[3]。

$$E(N_t)=D_j/E(T_a)=D_j\exp(\epsilon_j t+\xi_j) \tag{1}$$

$$\begin{aligned}V(N_t)&=E(N_t^2)-E(N_t)^2\\&=E(N_t)^2(\epsilon_j t-1)\exp(-\epsilon_j t)+E(N_t)\end{aligned} \tag{2}$$

$$f(T_r,T_b)=\begin{cases}a_1 b_2\exp[-b_2T_b-(a_1+b_1-b_2)T_r] & (0<T_r<T_b)\\ b_1 a_2\exp[-a_2T_r-(a_1+b_1-a_2)T_b] & (0<T_b<T_r)\end{cases} \tag{3}$$

D_j：1ヶ月間（日）， t：時間変数（日）
ε_j, ξ_j, a_1, b_1, a_2, b_2：パラメータ

一雨降水量Rの分布については式(4)のような3母数ガンマ分布に従うことにすると、平均$E(R_j)$, 分散$V(R_j)$, 歪係数$C(R_j)$は式(5)のように3つのパラメータで表される。

$$f(R_j)=\frac{\beta_j^{\alpha_j}}{\Gamma(\alpha_j)}(R_{ji}-\gamma_j)^{\alpha_j-1}\exp[-\beta_j(R_{ji}-\gamma_j)] \tag{4}$$

$$E(R_j)=\frac{\alpha_j}{\beta_j}+\gamma_j\ ,\quad V(R_j)=\frac{\alpha_j}{\beta_j^2}\ ,\quad C(R_j)=\frac{2}{\sqrt{\alpha_j}} \tag{5}$$

R_j：j月における一雨降水量, α_j, β_j, γ_j：パラメータ

3．月平均気温を組み込んだ$E(N_t)$と$E(R)$の経年変動のモデル

一雨発生回数と一雨降水量、それぞれの平均値$E(N_t)$, $E(R_j)$の経年変動のモデル化について考える。これらの平均値がそれぞれ月平均気温と関係があると予想されることから、式(6), (7)のように気温成分と正弦関数で表される時系列的成分という2つの指数関数の積で表すことを考えた。

$$\begin{aligned}E(N_{tji})&=D_j\exp[c_{j0}+c_{j1}\theta_{ji}+c_{j2}\theta_{ji}^2+c_{j3}\theta_{ji}^3]\\&\quad\cdot\exp[\sum_{l=1}^{lp}k_{jl}\sin\{2\pi(i+\phi_{jl})/\omega_{jl}+d_j i\}]\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}E(R_{jl})&=\frac{\alpha_j}{\beta_j}+\exp[a_{j0}+a_{j1}\theta_{ji}+a_{j2}\theta_{ji}^2+a_{j3}\theta_{ji}^3]\\&\quad\cdot\exp[\sum_{n=1}^{np}k_{jn}\sin\{2\pi(i+\phi_{jn})/\omega_{jn}\}]\end{aligned} \tag{7}$$

θ_{ji}：i年j月における月平均気温, ϕ_j：位相
ω_j：j月における周期年数, c_j, a_j, k_j, d_j：パラメータ

これらのモデルにおけるパラメータの推定法としては、厳密には左辺の平均値

の観測値が存在しないため最尤法を用いなければならないが、ここでは簡便的に観測値を左辺の平均値とみなして変数増減法による重回帰分析を実施した。また評価基準としてはＡＩＣ基準を用いた。

4．適用結果

一雨発生回数N_tの分布について、徳島では各月とも二項分布（平均＞分散）に従うことがわかった。これを図-2に示し、また比較のためポアソン分布（平均＝分散）を併記すると、二項分布のほうがポアソン分布より適合することがわかる。このような結果から一雨発生回数の平均値の定式化が妥当であったことがわかる。

一雨降水量Rの分布について、対数確率紙にグリンゴルテン公式でプロットすると図-3のようになり、各月ともガンマ分布が良く適合することがわかる。

一雨発生回数と一雨降水量、それぞれの平均値$E(N_t)$, $E(R)$の経年変動を式(6),(7)で計算し、この結果を図4,5に示す。比較のため気温成分のみを考慮したモデルを併記する。これらの図より、一雨発生回数と一雨降水量、それぞれの平均値が気温のみによらず時系列的成分にも影響されていることがわかる。

5．あとがき

図-4,5からモデルは定性的には十分観測値を表現できているが、定量的にはまだ不十分であることがわかる。そのため、今後としてはまずパラメータを最尤法で推定しなおす必要があると思われる。

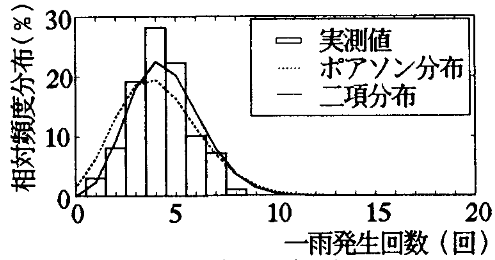

図-2 一雨発生回数分布(1月)

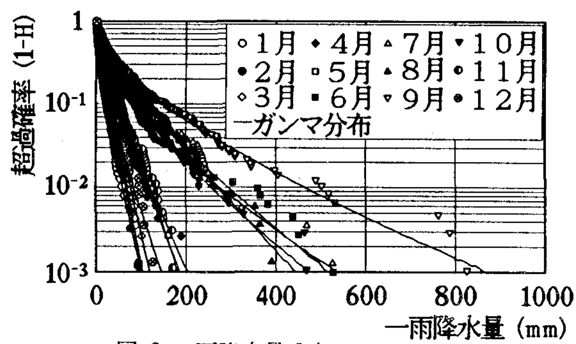

図-3 一雨降水量分布

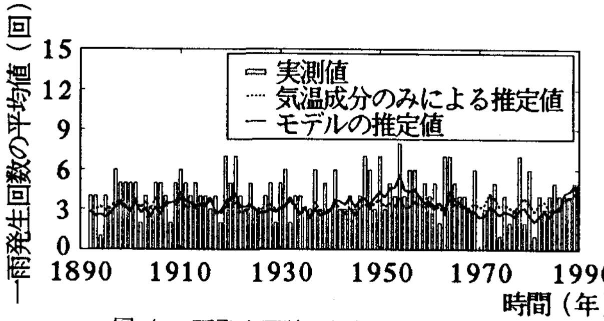

図-4 一雨発生回数の経年変動(1月)

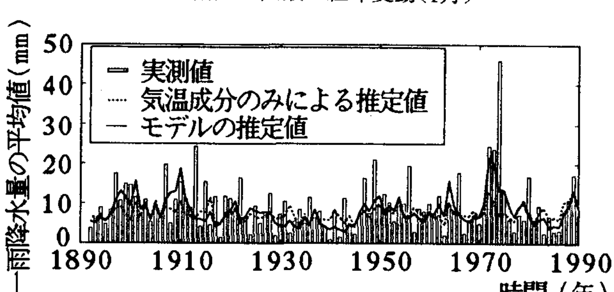

図-5 一雨降水量の経年変動(1月)

［参考文献］

1） 竹内啓・藤野和建：UP応用数学選書2　二項分布とポアソン分布（東京大学出版会,1981.）

2） D.L.Snyder：Random Point Process, 1975.

3） 端野道夫・杉雄司：複数の二変数型分布の結合とその応用に関する研究（徳島大学工学部研究報告, 第29号, 1984.）