

常流・射流の混在する流れの数値シミュレーション

岡山大学工学部 正 員 名合 宏之
 岡山大学工学部 正 員 前野 詩朗
 岡山県庁 正 員 ○瀬口 俊明
 岡山大学工学部 学生員 尾幡 佳徳

1. はじめに

急流河川や床止工を含む流れは常流・射流の混在する流れとなり、非常に複雑な流れとなる。そのため、従来の不等流計算では流れの状態によって計算方向を変える必要があり流況をうまく表現できない。また、不連続点を含む流れの解析法の一つであるLax-Wendroff法では、差分格子中間点を取り扱う必要があるため境界条件などで計算手法がかなり複雑なものとなる。本研究は、勾配の急な堰を越流する常流・射流の混在する流れを、不連続部を含む流れの計算法の一つであるMacCormack法を用いて一次元数値解析をおこない、実験結果を比較することにより、その手法の妥当性の検討をおこなった。

2. 解析方法

基礎式は、静水圧分布を仮定し、保存形の次式で示すものとする。

$$U_t + E_x = C \quad (1)$$

ただし、

$$U = \begin{pmatrix} h \\ uh \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} uh \\ u^2h + \frac{1}{2}gh^2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 \\ gh \left(-\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{n^2 u^2}{h^{4/3}} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial(uh)}{\partial x} \right) \end{pmatrix} \quad (2)$$

ただし h : 水深、 u : 流速、 z : 河床高、 n : マニングの粗度係数、 ϵ : 渦動粘性係数

差分法は、空間・時間方向に2次の精度を有するMacCormack法によりおこなう。MacCormack法は予測子段階で一度計算をおこなった値を用いて、再度、修正子段階で補正することにより、計算精度の向上を図るものである。

$$\text{予測子段階: } \bar{U}_i = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_i^n - E_{i-1}^n) + \Delta t C_i \quad (3)$$

$$\text{修正子段階: } U_i^{n+1} = \frac{1}{2} \left\{ U_i^n + \bar{U}_i - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\bar{E}_{i+1} - \bar{E}_i) + \Delta t \bar{C}_i \right\} \quad (4)$$

また、不連続部の前後において発生する数値振動を制御するため、人工粘性項を以下の二つの方法により付加した。

①人工粘性項をMacCormack差分スキームに付加する場合

$$\text{予測子段階: } \bar{U}_i = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ (E_i^n - E_{i-1}^n) - (Q_i^n - Q_{i-1}^n) \right\} + \Delta t C_i \quad (5)$$

$$\text{修正子段階: } U_i^{n+1} = \frac{1}{2} \left[U_i^n + \bar{U}_i - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ (\bar{E}_{i+1} - \bar{E}_i) + (\bar{Q}_{i+1} - \bar{Q}_i) \right\} + \Delta t \bar{C}_i \right] \quad (6)$$

$$\text{ただし } Q_i^n = \frac{k}{8} (U_{i+1}^n - 2U_i^n + U_{i-1}^n) \quad (7)$$

k : 人工粘性係数

②人工粘性項をスキーム後に付加する場合

$$V_i = \frac{|h_{i+1} - 2h_i + h_{i-1}|}{h_{i+1} + 2h_i + h_{i-1}} \quad \text{または、} \quad V_i = \frac{|hs_{i+1} - 2hs_i + hs_{i-1}|}{hs_{i+1} + 2hs_i + hs_{i-1}} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} \quad & h s_i = h_i + z_i \\ & r_i = k \max \{ V_{i-1}, V_i \} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} & h_i = h_i + r_{i+1}(h_{i+1} - h_i) - r_i(h_i - h_{i-1}) \\ & u h_i = u h_i + r_{i+1}(u h_{i+1} - u h_i) - r_i(u h_i - u h_{i-1}) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

3. 解析結果および考察

本解析結果と、幅60cmの水路に高さ15cm、上辺10cm、底辺40cm、上流下流傾斜勾配1:1の台形堰を設置し、流量を0.0178 (m³/S) とし、下流水深を変化させた場合の実験値と比較をおこなった。

図1, 2は人工粘性①、②の場合における人工粘性係数kが最適値となる解析結果を示したものである。これらの図を比較した結果、人工粘性①の場合、射流区間において等流水深以下の流れが現れるのに対して、人工粘性②の場合等流水深以下の流れは現れない結果となった。勾配の緩い堰を使用したケースにおいても同様の結果が得られた。本研究では、流速を鉛直方向には考えず水平方向のみの平均流速として考え、表面渦を考慮することが不可能なため、上記のような解析結果になったと思われるが、射流から跳水区間を除いた区間においては実験値をよく再現する結果となった。

図3は、人工粘性②の場合において人工粘性係数を摩擦速度を含む関数で置き換えた場合の解析結果を示したものである。図2, 3を比較すると、正確性の点では図2の方が優れているが、ほぼ同様の水面形状を示す結果が得られたため、人工粘性係数を与える手段として有効な方法と考えられる。

参考文献

- 1) 日本機械学会：流れの数値シミュレーション、コロナ社、1988、P106-107
- 2) 崇田徳彦、清水康行、渡辺康玄：MacCormack法を用いた常射流計算、北海道開発局土木研究所月報No448、1990、P23-32

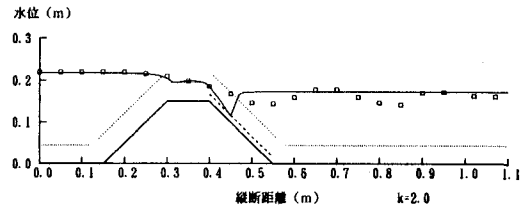
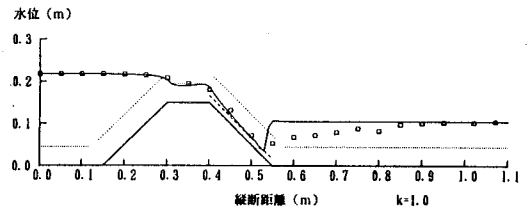


図1 水面形

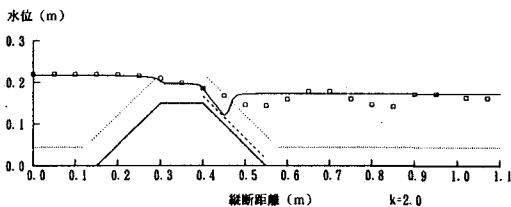
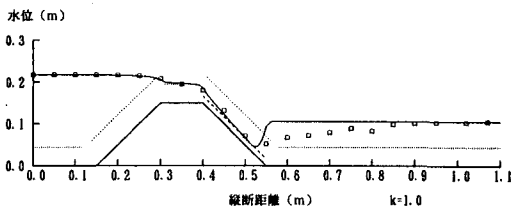


図2 水面形

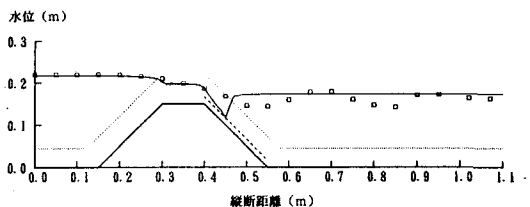
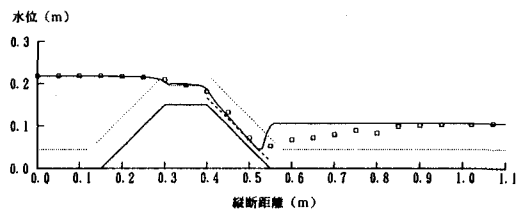


図3 水面形