

はり理論による動的曲げ破壊解析例について

兵庫県庁 正 員○藤澤 伸和
広島大学工学部 正 員 佐藤 誠

1. はじめに 衝撃破壊解析の一つに応力解析に有限要素法を用いる方法があるが、この方法では応力状態を詳細に計算することができるが、要素数が増加すると計算時間が膨大なものになるという欠点がある。本研究ではEulerはり理論、回転慣性の影響を無視したTimoshenkoはり理論の支配方程式に破壊理論による亀裂進展条件を導入したG. Herrmannら¹⁾の方法で解析し、実験値と比較する。ただし、文献1)の式導出過程の誤りを訂正している。

2. 破壊現象のモデル化 はりは弾性脆性材料であるとし、さらに支点からの応力波の反射を無視するために無限長であるとする。いま、無限遠で曲げモーメントMが準静的に作用し、その大きさが徐々に増加してある臨界値 M_f に達した時、はり中央にモードIの亀裂が発生すると仮定する。

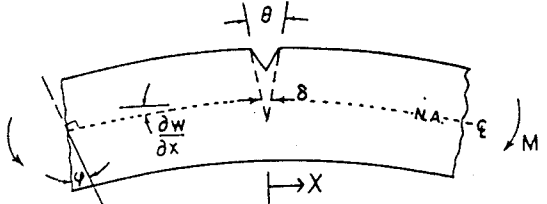


図1 1次元はりの亀裂

図1に示す様に1次元はりモデルで亀裂の発生を表現するために、はり中央における軸方向変位の不連続量 δ とたわみ角の不連続量 θ を導入する。

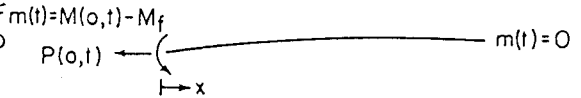


図2 曲げモーメントと軸力

また、亀裂の発生による断面欠損のためはり中央断面では曲げモーメントが減少する。一方、亀裂縁から発生する応力波によって軸力が生じ、図2

に示すように曲げモーメントの減少量と発生する軸力をそれぞれ m 、 P とする。

3. 解析の流れ

図3に本研究で用いた式の導出過程を示す。

回転慣性を無視したTimoshenkoはり理論に対してHerrmannらが導いた式に図3で二重線で囲んだ部分で誤りがあるため、ここでは破線で囲んだ部分を訂正する。破壊時の曲げモーメントと軸力の関係式、亀裂進展条件式は回転慣性を無視したTimoshenkoはり理論の場合それぞれ式(1)～(3)の様に求められ、この連立微分積分方程式を数値計算によって解き未知数 ξ 、 m 、 P を求める。

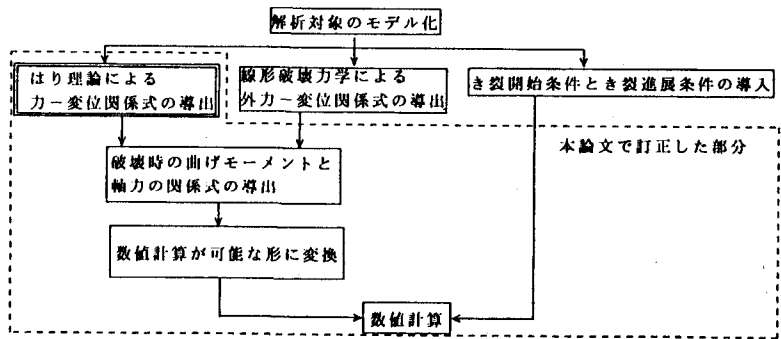


図3 解析の流れ

図3に本研究で用いた式の導出過程を示す。回転慣性を無視したTimoshenkoはり理論に対してHerrmannらが導いた式に図3で二重線で囲んだ部分で誤りがあるため、ここでは破線で囲んだ部分を訂正する。破壊時の曲げモーメントと軸力の関係式、亀裂進展条件式は回転慣性を無視したTimoshenkoはり理論の場合それぞれ式(1)～(3)の様に求められ、この連立微分積分方程式を数値計算によって解き未知数 ξ 、 m 、 P を求める。

$$\int_0^{\xi} m(t) \exp\{-\kappa^2 v^2(t-\tau)\} \left[\int_0^{\tau} [I_0 \{\kappa^2 v^2 \eta\} + I_1 \{\kappa^2 v^2 \eta\}] d\eta + \frac{1}{\kappa^2 v^2} \right] d\tau = -3 \frac{h}{v^2 \kappa^2} \left[\{M_f + m(t)\} a_w + \frac{P(t)h}{6} a_w \right] \quad (1)$$

$$\int_0^{\xi} P(\tau) d\tau = -\frac{6}{C_0} \left[\{M_f + m(t)\} a_w + \frac{P(t)h}{6} a_w \right] \quad (2) \quad \left[M + \frac{Ph}{6} \frac{g_s(\xi)}{g_s(\xi)} \right] / M_f = G(\xi) / \left[1 - \left(\frac{\gamma \dot{a}^n}{C_0} \right) \right] \quad (3)$$

ここに、 $\xi = a/h$ 、 $\kappa^4 = \rho A/EI$ 、 $v^2 = k\mu/\rho$ で a 、 h 、 E 、 μ 、 ρ 、 I 、 A 、 k 、 $g_s(\xi)$ 、 $a_{w,u}$ はそれぞれ亀裂長さ、はり高、弾性係数、せん断弾性係数、密度、断面2次モーメント、はりの断面積、せん断変形に対する断面形状係数、形状関数、形状関数によるパラメータを表している。また n と γ は亀裂進展

速度と動的応力拡大係数との関係を決定する材料定数である。

4. 解析結果と考察

(1) Herrmannらの結果との比較 図4に亀裂進展長さとはり中央断面での曲げモーメント、図5に亀裂進展速度と軸力の時間変化を示す。実線が本解析での結果を、破線がHerrmannらの結果をそれぞれ示している。それぞれは高 h 、臨界曲げモーメント M_t 、棒中の縦波速度 C_0 を用いて無次元化してある。両者に顕著な違いが現れるのは曲げモーメントと軸力である。本解析の結果に対しHerrmannらの結果は曲げモーメントについては $C_0 t/h=5.0$ において約3倍になり、軸力についてはその最大値が約2.5倍になる。

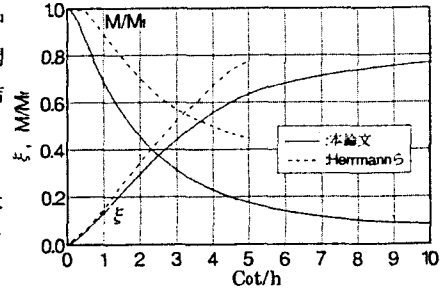


図4 Herrmannらの解析結果との比較
無次元化したき裂長さとはり曲げモーメント

(2) せん断変形の影響 動光弾性実験で用いたエポキシ樹脂の破壊靱性値を用いて計算した結果を示す。図6に亀裂進展長さ図7に亀裂進展速度の時間変化を示す。図7より、どちらのはり理論の場合も亀裂進展速度は亀裂進展開始直後急激に増加し $C_0 t/h=0.3$ までは差がないが、その後Eulerはり理論の場合は亀裂進展速度は縦波速度の約20%まで増加し、 $C_0 t/h=1.0 \sim 2.0$ の間一定の速度を保った後急速に減速するのに対し、回転慣性を無視したTimoshenkoはり理論の場合は亀裂進展速度は縦波速度の約18%までしか増加せず、最大値をとった直後から緩やかに減少を始める。これは、回転慣性を無視したTimoshenkoはり理論ではせん断変形を考慮しているためEulerはり理論の場合よりはり全体の剛性が小さく亀裂を開口させる力をはりがたわむことによって吸収しているためと考えられる。その後、図6、7より $C_0 t/h=5.0$ (亀裂長さがはり高の約70%に達したころ)から2つのはり理論の間で亀裂進展速度に差はなくなる。

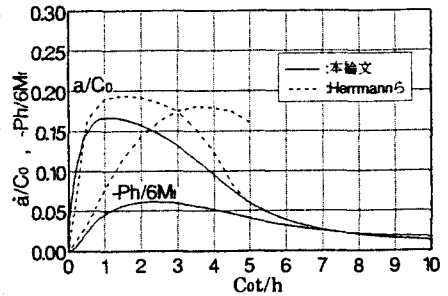


図5 Herrmannの解析結果との比較
無次元化したき裂進展速度と軸力

(3) 実験結果との比較 図6より亀裂進展開始直後、解析結果より実験結果の方が亀裂進展速度が大きい、亀裂が進展するに従って進展速度が減少する傾向は良く表せている。

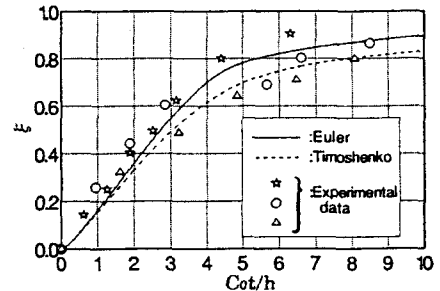


図6 無次元化したき裂長さ

5. まとめ

- (1) 1次元はり理論に線形破壊力学を適用した動的破壊解析法はモードIの動的曲げ破壊過程を良く再現している。
- (2) せん断変形の影響は亀裂の進展を遅らせる効果がある。
- (3) 動的曲げ破壊の挙動に対するせん断変形の影響は、亀裂進展開始直後、すなわち亀裂の進展速度が減少し始めるまでに大きく現れる。

参考文献

- 1) C. Levy, G. Herrmann: Effect of Shear and Rotary Inertia on Dynamic Fracture of a Beam or Plate in Pure Bending, J. App. Mech., Vol. 49, 1982, pp. 773-778.

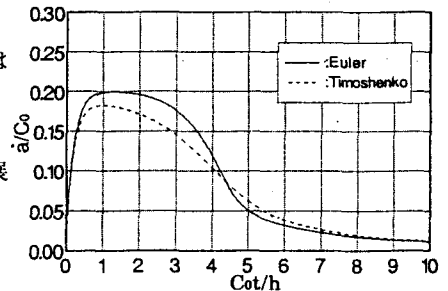


図7 無次元化したき裂進展速度