

板波法の定量化のための波動解析

岡山大学工学部 正員 ○廣瀬壮一
石川島播磨重工業 上田和哉

1. まえがき

板波は縦波や横波の実体波と異なり、さまざまな伝播モードを持つ表面波の一種であり、位相速度が周波数によって変化する（分散性）などの特異な性質を持っている。そのような板波を用いた超音波板波探傷は薄鋼の圧延工程に導入され、品質管理の一方法として鉄鋼各社で利用されているが、板波法の最適な探傷条件（用いるべき伝播モードや周波数）や欠陥検出精度などについては必ずしも理論的に明らかになっていないのが現状である。本研究は、このような超音波板波探傷の定量化のための波動解析技術の基礎理論を展開するものである。

2. 板波法とは

板波法の模式図を図 1 に示す。可変角変換子から送信された波は、結合媒体（水など）を経て薄板に入射され、板波として伝播する。板内に欠陥があると入射板波のエネルギーの一部が反射され、反射板波として送信変換子と同じ変換子で受信される。図 2 に受信パルス波形の一例を示す。この例では欠陥からの反射エコーと共に板端部からの反射エコーが検出されている。板波にはさまざまな伝播モードがあるが、どの板波モードが励起されるかは変換子の角度 θ と送信周波数 f によって決まる。また、板波の伝播モードや送信周波数と欠陥の深さ、長さ、種別などの欠陥パラメータの組み合わせによって板波探傷における受信感度（欠陥からの反射エコーの振幅）が変化することが実験的に明らかになっている。そこで、欠陥の持つパラメータと板波法の受信感度の関係を理論的に明らかにし、用いる板波モードや送信周波数などに関して最適な探傷条件を確立する必要がある。以下においてはそのような板波法の定量化のための波動解析法を示す。

3. 波動解析法

本来、板波法の定量化には図 1 に示すような変換子-結合媒体-鋼板-欠陥の複雑な波動伝播系を考慮しなければならないが、ここでは、入射板波が既知であるとして板波と欠陥の相互作用による散乱現象に着目した波動解析を行う。入射波は角周波数 ω を持つ時間調和な板波とし、欠陥の形状は紙面奥行き方向には一様であるとして 2 次元定常面内波動問題を解析する。一般に鋼板の板厚 $2h$ 並びに欠陥の大きさ a は数 mm のオーダーであるのに対して、変換子と欠陥の距離 l は数十 cm のオーダーであるので、特に遠方場の計算に重点を置く。

(1) 近距離場の計算

まず、欠陥に板波が入射したときの欠陥の境界上の変位（あるいは表面力）を境界要素法により求める。例えば、欠陥が空洞であるとする、欠陥の境界 S および鋼板の上下面 B では表面力が 0 であるから次の境

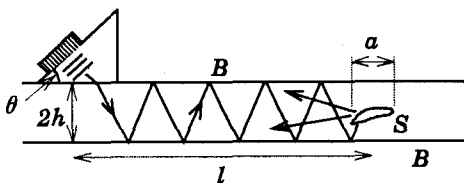


図 1 板波探傷法の模式図

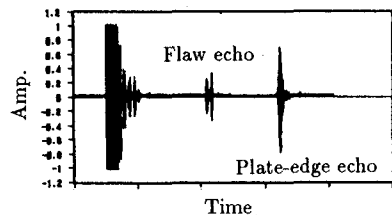


図 2 受信パルス波形の一例

界積分方程式を得る。

$$\frac{1}{2}u(x) + \int_{S+B} T(\partial_y)^n U(x, y) u(y) ds_y = \frac{1}{2}u^{in}(x) + \int_{S+B} T(\partial_y)^n U(x, y) u^{in}(y) ds_y, \quad x \in S+B \quad (1)$$

ここに U は2次元定常面内動弾性問題の基本解、 $T(\partial_y)^n$ は表面力作用素、 u は全変位場、 u^{in} は入射板波の変位場を表す。式(1)を離散化すると全変位 u を未知数とする連立一次方程式を構成することができ、近距離波動場である S 上の全変位 u が求められる。

(2) 遠距離場の計算

式(1)によって求められた欠陥の境界 S 上の全変位 u を次式に代入することにより、板内部の任意の点 x での散乱波変位 u^{sc} を計算することができる。

$$u^{sc}(x) = - \int_S \bar{T}(\partial_y) G(x, y) u(y) ds_y \quad (2)$$

ここに、 G は弾性板における Green 関数を表す。Green 関数の成分 $G_{ik}(x, y)$ は、板内の点 y に k 方向に時間調和な単位集中加振力が作用したときの点 x での i 方向の変位を表し、次のように積分表現できる。

$$G_{ik}(x, y) = \sum_{\alpha=P+(-), S+(-)} \int_{-\infty}^{\infty} U_k^\alpha(y) d_i^\alpha \exp[ik^\alpha \cdot x] dk + \sum_{\alpha=P^\pm, S^\pm} \int_{-\infty}^{\infty} V_k^\alpha(y) d_i^\alpha \exp[ik^\alpha \cdot x] dk \quad (3)$$

ここに、 $k^\alpha = (k, \pm\nu_\alpha)$ 、 $\nu_\alpha = \sqrt{k_\alpha^2 - k^2}$ 、 $d^{P^\pm} = (k/k_P, \pm\nu_P/k_P)$ 、 $d^{S^\pm} = (\mp\nu_S/k_S, k/k_S)$ 、 k_P, k_S は縦波と横波の波数、 $U_k^\alpha = ik_\alpha^2 / (4\pi\mu k_S^2) d_i^\alpha \exp(-ik^\alpha \cdot y) / \nu_\alpha$ である。 $G(x, y)$ は $x \in B$ において表面力0の境界条件、 $\bar{T}(\partial_x)G(x, y) = 0$ を満足する。式(3)における V_k^α はこの境界条件から決定される定数であり、次のように表される。

$$\begin{Bmatrix} V_k^{P^+} \pm V_k^{P^-} \\ V_k^{S^+} \mp V_k^{S^-} \end{Bmatrix} = \frac{1}{D^\pm} \begin{bmatrix} A^\pm \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_k^{P^+} \pm U_k^{P^-} \\ U_k^{S^+} \mp U_k^{S^-} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ここに、 $A^\pm$ は 2×2 の正則なマトリックス(詳細は省略)で、 $D^\pm$ は

$$D^\pm = -(2k^2 - k_S^2)^2 \begin{Bmatrix} \cos \nu_P h \sin \nu_S h \\ \sin \nu_P h \cos \nu_S h \end{Bmatrix} - 4k^2 \nu_S \nu_P \begin{Bmatrix} \cos \nu_S h \sin \nu_P h \\ \sin \nu_S h \cos \nu_P h \end{Bmatrix} \quad (5)$$

によって与えられ、 $D^\pm = 0$ は Rayleigh-Lamb 周波数方程式と呼ばれるもので、板波の分散曲線を与える。

さて、式(3)の右辺第1項は無限弾性体における基本解 U であり、加振点から直接到達する実体波成分を表す。また、第2項は板の上下面による反射波成分を表す。 $|x-y| \gg 1$ なる遠方場では Green 関数 G に含まれる板波成分が卓越する。 G の板波成分は、式(3)の右辺第2項の内、 $D^\pm(k) = 0$ なる極からの寄与を留数を用いて評価することによって計算される。すなわち、

$$\begin{Bmatrix} G_{1k} \\ G_{2k} \end{Bmatrix} = \sum_\gamma \begin{bmatrix} d_1^{P^+} \cos \nu_P x_2 & d_1^{S^+} \cos \nu_S x_2 \\ id_2^{P^+} \sin \nu_P x_2 & id_2^{S^+} \sin \nu_S x_2 \end{bmatrix} \frac{1}{\partial D^+ / \partial k} \begin{bmatrix} A^+ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_k^{P^+} + U_k^{P^-} \\ U_k^{S^+} - U_k^{S^-} \end{Bmatrix} \exp(ikx_1) \Big|_{k=k_\gamma^+} \\ + \sum_\gamma \begin{bmatrix} id_1^{P^+} \sin \nu_P x_2 & id_1^{S^+} \sin \nu_S x_2 \\ d_2^{P^+} \cos \nu_P x_2 & d_2^{S^+} \cos \nu_S x_2 \end{bmatrix} \frac{1}{\partial D^- / \partial k} \begin{bmatrix} A^- \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_k^{P^+} - U_k^{P^-} \\ U_k^{S^+} + U_k^{S^-} \end{Bmatrix} \exp(ikx_1) \Big|_{k=k_\gamma^-} \quad (6)$$

ここに、 $k_\gamma^\pm$ は $D^\pm = 0$ を満足する k であり、 γ についての総和は板波の伝播モードの総和をとることを意味する。式(6)の右辺第1項は対称モードを表し、第2項は反対称モードを表す。式(6)を式(3)に代入すれば、遠方で卓越する散乱変位の板波成分を容易に計算することができる。具体的な計算結果については当日発表する。

本研究では板波法の定量化の第1歩として板波と欠陥の相互作用を考慮した波動解析法を提案した。実際の板波法では変換子-結合媒体の影響を無視することはできない。これらの影響を考慮した波動解析技術の開発は今後の課題である。