

非線形な多目的のファジィ性を考慮したアーチ橋の最適意志決定法について

愛媛大学工学部 正会員 大久保 禎二
四国旅客鉄道(株) 正会員 ○山 村 耕 史

1. まえがき

構造物の設計を行う場合には、その安全性、建設費、使用性、美観など性質の異なる複数の目的や設計上考慮すべき種々の制約条件を考慮して最終的な設計変数の値を決定する必要があるが、これらの目的群には互いに相反する、あるいは相競合する性質を持っているものが多く、その妥協点を探って最終的な設計値を決定することが必要となる。さらに、これらの目的群は意志決定にあたってある程度の許容範囲を有していることが多い。また設計示方書などで確定的に規定されている構造物の許容応力度やたわみなどの設計条件においても、安全率に象徴されるように、本質的に或程度の許容範囲を有している。本研究では、山間部に建設される2ヒンジアーチ橋を例として、設計において考慮されるこれらの目的関数や制約条件の許容範囲(ファジィ性)をファジィ理論の考え方をを用いて表現し、 α -カット法、最小オペレータ、和オペレータ、Suboptimization 等の方法を用いて、目的関数が設計変数の非線形関数で表される場合でも能率的に解を求めることのできる方法について考察を行った結果について述べるものである。

2. 2ヒンジアーチ橋の設計問題の設定

本研究では、図-1に示す2ヒンジアーチ橋を設計モデルとして考慮した。この設計問題において、目的関数として構造部材に必要な鋼材の総容積(f_1)の最小化、中央部におけるたわみ(f_2)の最小化、美観(f_3)の最適化の3種類の目的関数を考慮した。また、設計変数としてアーチのライズ(r)および各アーチリブおよび垂直部材の断面積を考慮している。以下これらの各部材の断面積を X と記すこととする。荷重としては死荷重および活荷重として固定した等分布および集中荷重を考慮している。設計条件としては各部材についてfully stress design $\sigma_i \max = \sigma_{si}$ の条件を考慮している。目的関数 f_1 および f_2 は r および X の関数であり、 f_3 は r の関数として表現されるものとし、その値が最小値0のとき美観の見地からは最も好ましい設計であるものとした。したがって、各部材の許容応力度 σ_s のある領域での許容をも考慮したこの2ヒンジアーチ橋の多目的ファジィ最適設計問題は次のように定式化することができる。

$$\begin{aligned} \text{find } r, X, \\ \text{s.t. } f_1(r, X) \equiv V = \sum_{i=1}^n X_i \ell_i \rightarrow \text{minimize} \quad f_2(r, X) \equiv \delta \rightarrow \text{minimize} \\ f_3(r) \rightarrow \text{minimize} \quad g_i(r, X) \equiv \sigma_i(r, X) - \sigma_{si} = 0 \quad (i=1, \dots, n) \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 n は部材数、 $\equiv$ はファジィ性を表現する記号である。

3. Suboptimizationによる制約条件および設計変数の集約

本研究では設計者が意志決定時に同時に考慮すべき目的関数(制約条件も含む)および設計変数を出来る限り少なくし、容易に最適な意志決定が出来るようにするため、まず r および σ_s の許容範囲内の多くの離散値の組み合わせに対して図-1のアーチ橋の全応力設計を行い、各 σ_s の値に対する f_1 、 f_2 と r の関係を導入することとした。この設計例では使用鋼種としてSM50を仮定し、その σ_s を1900(kgf/cm²)より2000(kgf/cm²)まで許容することができるものとし、そのゆるめる度合いを α で示すこととした(α -カット法)。すなわち、 $\alpha=1.0$ のとき $\sigma_s=1900$ (kgf/cm²)とし、 $\alpha=0.0$ のとき $\sigma_s=2000$ (kgf/cm²)とし、その間 σ_s は α の値に対して直線的に変化するものとした。このように r および σ_s の離散値の組み合わせに対して f_1 および f_2 を部材寸法 X についてSuboptimizationすることにより f_1 、 f_2 を r の2次式で近似することができ、 α の1.0~0.0の各値に対して式(1)の多目的ファジィ最適設計問題を次式のような3個の非線形目的関数の最小化および r のみを設計変数とする多目的非線形最適設計問題として再定式化することができる。

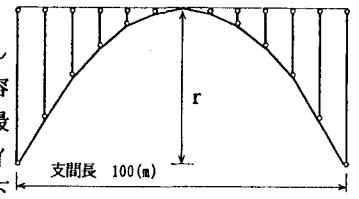
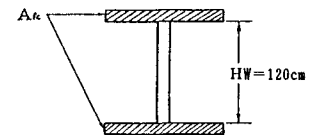
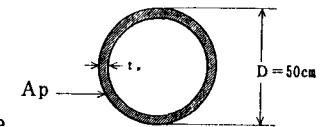


図-1 2ヒンジアーチ橋



(a) アーチリブの断面形状



(b) 垂直部材の断面形状

図-2 部材断面

$$\begin{aligned} \text{find } r, \text{ subject to } f_1(r) &\equiv V = a_1 r^2 + b_1 r + c_1 \rightarrow \text{minimize} \\ f_2(r) &\equiv \delta = a_2 r^2 + b_2 r + c_2 \rightarrow \text{minimize} \\ f_3(r) &\equiv (r - \bar{r})^2 \rightarrow \text{minimize} \quad (\bar{r} = 2300) \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 a_i, b_i, c_i は定数、 $\bar{r}$ は設計者が美観上最も好ましいと考える r の値であり、この設計例では $\bar{r} = 23\text{m}$ と仮定している。

4. 最小オペレータを用いた方法による最適解の決定

この方法は考慮すべきファジィ目標の決定集合においてその属性が最も大きいものを最適解とする方法である。 α -カット法の各 α のいずれの値に対しても $f_1(r), f_2(r), f_3(r)$ のメンバシップ関数として次式のような関数 $\mu_{f1}(r), \mu_{f2}(r), \mu_{f3}(r)$ を仮定すると、最適な $r (= r^*)$ は式(4)より求められる。

$$\mu_{f1}(r) = \begin{cases} 1 & (f_1(r) = \min f_1) \\ 1 - \frac{f_1(r) - \min f_1}{6236000 - \min f_1} & (\min f_1 \leq f_1(r) \leq 6236000) \\ 0 & (f_1(r) > 6236000) \end{cases}$$

$$\mu_{f2}(r) = \begin{cases} 1 & (f_2(r) = \min f_2) \\ 1 - \frac{f_2(r) - \min f_2}{18.0 - \min f_2} & (\min f_2 \leq f_2(r) \leq 18.0) \\ 0 & (f_2(r) > 18.0) \end{cases} \quad (3)$$

$$\mu_{f3}(r) = \begin{cases} 1 & (f_3(r) = \min f_3) \\ 1 - \frac{f_3(r) - \min f_3}{90000 - \min f_3} & (\min f_3 \leq f_3(r) \leq 90000) \\ 0 & (f_3(r) > 90000) \end{cases}$$

$$\mu_D(r^*) = \max_r \{ \min (\mu_{f1}(r), \mu_{f2}(r), \mu_{f3}(r)) \} \quad (4)$$

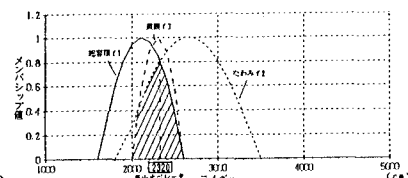


図-3 ライズ r と各メンバシップ関数の関係 (2 ヒンジアーチ橋・ $\alpha = 0.4$)

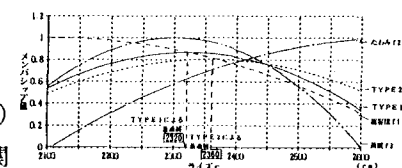


図-4 和オペレータによる r^* の決定 (2 ヒンジアーチ橋・ $\alpha = 0.4$)

例として $\alpha = 0.4$ の場合の r と f_1, f_2, f_3 のメンバシップ関数の関係および r^* を図示すると図-3のようになる。この図で斜線部が実行可能領域であり、枠で囲んだ値が r^* となる。

5. 和オペレータを用いた方法による最適解の決定

この方法は、最小オペレータを用いた方法における各目的関数や制約条件に対して設計者の選好を加味し、各目的関数や制約条件に重み W_i を考慮して式(5)のような r^* を最適値として決定する方法である。

$$\mu_S(r^*) = \max_r \mu_S(r) = \max_r \{ W_1 \mu_{f1}(r) + W_2 \mu_{f2}(r) + W_3 \mu_{f3}(r) \} \quad (5)$$

ここに、 $W_1 + W_2 + W_3 = 1.0$

f_1, f_2, f_3 の重み係数として次TYPE 1および2の2種類の組み合わせについて $\alpha = 0.4$ の場合の最適解 r^* を求める過程を図-4に示す。

TYPE 1 $W_1 = 0.281$ $W_2 = 0.255$ $W_3 = 0.464$

TYPE 2 $W_1 = 0.370$ $W_2 = 0.407$ $W_3 = 0.224$

6. まとめ

4および5の方法により求めた各 α の値に対する最適な r^* の値をまとめると表-1のようになる。また各 α の値に対する f_1, f_2, f_3 の値も同時に求められる。設計者はこれらの値を比較することにより、最も望ましい r, X および σ_a を決定することができる。

本研究で述べたSuboptimizationおよび α -カット法を用いることにより、設計者が意志決定を行う際に考慮すべき設計変数を r のみに、また目的関数群(制約条件群を含む)も f_1, f_2, f_3 のみに集約できるとともに、目的関数のあいまいさのみならず制約条件 σ_a のあいまいさをも容易に考慮に入れて意志決定を行うことができる。さらに、目的関数群が設計変数 r の非線形な関数で表わされていても、各 α の値における最適な r^* を極めて容易に決定することができ、本研究で述べた最適意志決定法は構造物の設計変数の最終的な意志決定を行うために極めて有用な方法であるということができよう。

表-1 α の各値とライズの最適解 r^* の関係 (2 ヒンジアーチ橋) (cm)

α	最小オペレータ	和オペレータ	
		TYPE 1	TYPE 2
1	2300	2280	2270
0.8	2320	2290	2290
0.6	2360	2300	2320
0.4	2390	2320	2360
0.2	2440	2360	2420
0	2540	2520	2590