

感度係数およびSLPを用いた非線形トラス構造物の最適化について

愛媛大学工学部 正 大久保 禎二 宇部興産(株) 正 和多田 康男
西松建設(株) 正 大森 久義 愛媛大学大学院 学 ○田中 賢太

1. まえがき

本研究では、先に述べた論文「感度係数を用いない非線形トラス構造物の最適設計法」における構造物の非線形解析において満足すべき必要条件を付加した感度係数を用いない最適化手法の妥当性および収束性と比較検討するため、各部材の応力度 σ および可動節点変位 λ の制約条件の部材断面積 A に関する感度係数を求めて最適解を決定する方法について述べるものとする。

2. トラス構造物の最適設計問題の定式化

本研究ではトラス構造物の最適設計問題として、先に述べた「感度係数を用いない非線形トラス構造物の最適設計法」の論文と同様にトラス構造物の各部材の断面積 A 、応力度 σ 、各可動節点変位 λ を設計変数とし、トラス構造物が解析上満足すべき条件式および各部材の応力度および各可動節点変位に関する制約条件のもとでトラス構造物の全重量又は全コスト W を最小化する最適設計問題を考える。なお、本研究においては、改良解を求める過程で各部材の応力度および各可動節点変位に関する制約条件の A に関する感度係数を考慮しているので、最適設計問題としては次式のように定式化することとする。

$$\begin{aligned} &\text{find } A, \sigma, \lambda, \text{ which minimize } W = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i \ell_i \\ &\text{subject to} \\ &g_i(\sigma, \lambda) = \varepsilon_i(\sigma_i) \ell_i + \sum_{j=1}^m \lambda_j C_{ji} = 0 \quad (i=1, \dots, n) \\ &g_j(A, \sigma) = \sum_{i=1}^n C_{ji} \sigma_i A_i - P_j = 0 \quad (j=1, \dots, m) \\ &g_{\sigma k}(A, \sigma) = \sigma_k(A) - \sigma_{sk} \leq 0 \quad (k=1, \dots, n) \quad g_{\lambda l}(A, \lambda) = \lambda_l(A) - \lambda_{sl} \leq 0 \quad (l=1, \dots, m) \end{aligned} \quad (1)$$

ここに $\rho_i, \ell_i, \varepsilon_i, C_{ji}, P_j$ は、それぞれ部材 i の単位体積重量又は単位コスト、部材長、ひずみ量、各部材の軸力の可動節点変位成分 j への変換マトリックス成分、可動節点変位成分 j に作用する外力である。また $g_{\sigma k}, g_{\lambda l}$ は、それぞれ部材 k の応力度および可動節点変位成分 l の変位に関する制約条件、 σ_k, σ_{sk} はそれぞれ部材 k の実応力度および許容応力度、 λ_l, λ_{sl} はそれぞれ可動節点変位成分 l の実変位および許容変位であり、 n は部材数、 m は自由度の数である。

3. 線形近似最適設計問題の導入

ここでは、式(1)の最適設計問題における変数 A, σ, λ が構造解析上互いに影響し合っていることを考慮し、目的関数 W を A^0 、変位の適合条件式 g_i を σ^0 および λ^0 、力の釣合方程式 g_j を A^0 および σ^0 、応力制限 $g_{\sigma k}$ を A^0 および σ^0 、変位制限 $g_{\lambda l}$ を A^0 および λ^0 の回りで Taylor 展開し、 A, σ, λ に関する一次の偏微分係数の項までを考慮して近似し、 $\Delta A, \Delta \sigma, \Delta \lambda$ を設計変数とする式(1)の線形近似最適設計問題を次式のように導入する。

$$\begin{aligned} &\text{find } \Delta A, \Delta \sigma, \Delta \lambda, \text{ which minimize } W(\Delta A) = W^0 + \sum_{i=1}^n \rho_i \Delta A_i \ell_i \\ &\text{subject to} \\ &g_i(\Delta \sigma, \Delta \lambda) = g_i^0 + \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \sigma_i} \ell_i \Delta \sigma_i + \sum_{j=1}^m C_{ji} \Delta \lambda_j = 0 \\ &g_j(\Delta A, \Delta \sigma) = g_j^0 + \sum_{i=1}^n C_{ji} \sigma_i^0 \Delta A_i + \sum_{i=1}^n C_{ji} \Delta \sigma_i A_i^0 = 0 \\ &g_{\sigma k}(\Delta A, \Delta \sigma) = g_{\sigma k}^0 + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \sigma_k}{\partial A_i} \Delta A_i + \Delta \sigma_k \leq 0 \\ &g_{\lambda l}(\Delta A, \Delta \lambda) = g_{\lambda l}^0 + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda_l}{\partial A_i} \Delta A_i + \Delta \lambda_l \leq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

なお、上式の $g_i(\delta\sigma, \delta\lambda)$ における $\partial \varepsilon_i / \partial \sigma_i$ は、 σ_i^0 における接線弾性係数の逆数となり、材料の応力度—ひずみ曲線の ε_0 における接線勾配の逆数として容易に求めることができる。また、 $g_{\sigma_k}, g_{\lambda_k}$ における応力度 σ_k 、および変位 λ_k の断面積 A_i に関する感度係数 $\partial \sigma_k / \partial A_i, \partial \lambda_k / \partial A_i$ は、部材 i の断面積のみを微少量 ΔA_i だけ変化させ、全コンプリメンタリーエネルギー最小化の方法により再度解析を行い差分法により求めている。

4. 改良解の決定

表-1 シンプレックス表

		ΔA_i $(i=1, \dots, n)$	$-\Delta A_i$ $(i=1, \dots, n)$	$\Delta \sigma_i$ $(i=1, \dots, m)$	$-\Delta \sigma_i$ $(i=1, \dots, m)$	$\Delta \lambda_j$ $(j=1, \dots, p)$	$-\Delta \lambda_j$ $(j=1, \dots, p)$	S_i $(i=1, \dots, n)$	S_j $(j=1, \dots, p)$
	W	$\rho_i \ell_i$	$-\rho_i \ell_i$	0	0	0	0	0	0
COMPATIBILITY EQUATIONS	g_i^1 $(i=1, \dots, n)$	0	0	$\ell_i \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \sigma_i}$	$-\ell_i \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \sigma_i}$	C_{ji}	$-C_{ji}$	0	0
EQUILIBRIUM EQUATIONS	g_j^2 $(j=1, \dots, m)$	$C_{ji} \sigma_i^0$	$-C_{ji} \sigma_i^0$	$C_{ji} A_i^0$	$-C_{ji} A_i^0$	0	0	0	0
STRESS CONSTRAINTS	g_k^3 $(k=1, \dots, n)$	$\frac{\partial \sigma_k}{\partial A_i}$	$-\frac{\partial \sigma_k}{\partial A_i}$	1	-1	0	0	1	0
DISPLACEMENT CONSTRAINTS	g_l^4 $(l=1, \dots, p)$	$\frac{\partial \lambda_l}{\partial A_i}$	$-\frac{\partial \lambda_l}{\partial A_i}$	0	0	1	-1	0	1

式(2)で導入した線形近似最適設計問題において不等号制約条件である応力度制限および変位制限についてのみスラック変数を導入し、表-1に示すシンプレックス表を作成する。このシンプレックス表を用いて、違反している制約条件がある場合にはその条件を満足し、かつ目的関数が最大に減少あるいは最小に増加するように、また、違反している制約条件がない場合には目的関数が最大に減少するようにピボット操作を行う。このようにして決定した A の改良値 ΔA を用いて、トラス構造物の各部材の断面積を改良し、この改良解を新たな断面積の初期値として再び式(2)の線形近似最適設計問題を定式化し、 W および A が一定値に収束するまで断面積 A の改良を繰り返すことにより、最適解 W_{opt} および A_{opt} を決定することができる。

5. 最適設計例

上で述べた方法により図-1に示す応力度—ひずみ関係を有する図-2の10部材トラスの最適化を行い、構造物の挙動の A に関する感度係数を用いない方法により得られた解との比較を表-2に示す。表-2から明らかなように、挙動の A に関する感度係数を用いない方法および用いる方法における最適解は、ほぼ完全に一致している。また最適解を得るために要した繰り返し回数には顕著な違いがみられず、挙動に関する感度係数を用いても収束性が向上しないことが明らかとなった。

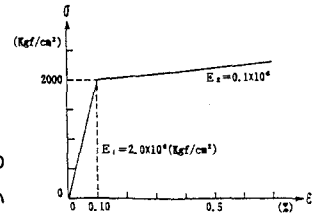


図-1 応力—ひずみ関係

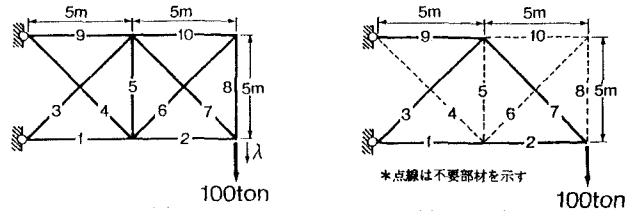


図-2 10部材トラスおよび最適解での形状

6. 結論

本研究において、挙動に関する感度係数を用いて最適化を行ったが、最適設計例における解の比較より明らかになったように、構造物の非線形解析において満足すべき必要条件を等号制約条件として付加することにより感度係数を用いなくても効率的に最適解を決定することができ、あえて A に関する感度係数を用いる必要はないことが明らかとなった。

表-2 10部材トラスの最適値

表-2 10部材 トラスの最適値		部材1	部材2	部材3	部材7	部材9	λ_{max} (cm)	W (kg)	ITE (回)		
		感度係数	断面積 (cm ²) 応力度 (kgf/cm ²)								
設	$\sigma_s=3000\text{kgf/cm}^2$ $\lambda_s=3.0\text{cm}$	無	67.0 1507	65.8 1506	95.0 1474	93.5 1497	130.7 1522	3.0	2103.5	168	
		有	66.9 1511	67.3 1506	93.3 1501	95.0 1475	129.6 1535	3.0	2102.7	202	
	計 条	$\sigma_s=3000\text{kgf/cm}^2$ $\lambda_s=7.0\text{cm}$	無	49.2 2064	47.4 2079	65.5 2125	67.4 2068	97.6 2035	7.0	1522.6	102
			有	49.1 2067	47.6 2070	67.5 2065	67.2 2073	94.8 2094	7.0	1522.0	160
$\sigma_s=3000\text{kgf/cm}^2$ $\lambda_s=50.0\text{cm}$		無	34.0 3001	32.6 3000	46.1 3001	46.1 3000	65.9 3003	44.1	1054.7	23	
		有	34.0 3004	32.6 3002	46.1 3002	46.0 3002	65.8 3005	44.1	1054.1	20	

* 最適解を得るために要した繰り返し回数
初期断面積 $A^0 = 100.0 \text{ cm}^2$ 単位体積重量 $\rho = 7.85 \text{ g/cm}^3$