

軸対称BEMによるトンネル切羽近傍の応力・変形解析

錦 熊 谷 組 (正) ○中田 英伸 鳥取大学工学部 (正) 木山 英郎
鳥取大学工学部 (正) 藤村 尚 鳥取大学工学部 (正) 西村 強

1. はじめに

トンネルの施工時において、切羽近傍の応力および変位を知ることは重要なことである。これに対して、従来3次元FEM(有限要素法)や3次元軸対称FEMが多用されてきたが、FEMの場合全領域を要素分割する必要があり、計算量が膨大となるといった問題点があった。これに対して、BEM(境界要素法)は境界のみに要素分割を施せばよく、FEMに比べ著しく計算量を軽減できる。本文では、以上のことを考慮し、BEMによるトンネル解析を念頭に3次元BEMの定式化、プログラム開発、トンネル切羽近傍の応力及び変位に対して解析を行った。軸対称性を考慮すれば、1次元問題として処理することができ、極めて効率的である。

2. 軸対称BEMの定式化⁽¹⁾

図1に示す軸対称体において、デカルト座標系の表面力成分 p_j 、表面変位成分 u_j を円筒座標系で表すことを考える。

$\{p_j\} = [L]\{\bar{p}_j\}$, $\{u_j\} = [L]\{\bar{u}_j\}$ L :座標変換マトリクス $\bar{p}_j, \bar{u}_j$:表面力, 表面変位の円筒座標系表示(1)
式(1)を3次元境界積分方程式に用い、 T_{ij}, U_{ij} にも座標変換を施すと軸対称問題に対する基礎式が得られる。
 $\int [T_{ij}(r, \theta, z)] [L]\{\bar{u}_j\} |J| d\Gamma = \int [U_{ij}(r, \theta, z)] [L]\{\bar{p}_j\} |J| d\Gamma$

$|J|$:ヤコビアン T_{ij}, U_{ij} :3次元等方弾性体における影響関数 (2)

式(2)において、 T_{ij}, U_{ij} は分母に2点間距離 R を含んでおり、 $R=0$ となった時特異積分となる。このとき、図2に示すように境界上に微小球領域を考え、この球領域の半径を0に近付けていくと式(2)は次式となる。

$[c_{ij}]\{\bar{u}_j\} + \int [T_{ij}][L]\{\bar{u}_j\} |J| d\Gamma = \int [U_{ij}][L]\{\bar{p}_j\} |J| d\Gamma$ (3)

軸対称問題を取り扱うとき、3次元問題の基本解から解析的に求められた軸対称問題の基本解を使う方法と、3次元問題の基本解を直接使って数値積分の段階で軸対称性をもたせる方法があるが、本研究では後者を用いている。

式(3)において変位および表面力が周方向にフーリエ級数展開できると仮定すると、 m 番目のフーリエモード振幅について次の関係が得られる。

$[c_{ij}^m][M^m]\{\bar{u}_j^m\} + \int [T_{ij}][L][M^m]\{\bar{u}_j^m\} |J| d\Gamma = \int [U_{ij}][L][M^m]\{\bar{p}_j^m\} |J| d\Gamma$ (4)

ただし、 $[M^0] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $[M^m] = \begin{bmatrix} \cos m\theta & \sin m\theta & \cos m\theta \end{bmatrix}$ ($m \geq 1$)

式(4)を各モード成分ごとに解き、合成すれば、3次元応力状態が再現される。

また、式(4)において $[c_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ とすれば、所定のフーリエモードに対する内部の任意点の変位が得られる。さらに、次式に用いると内部任意点の応力も得られる。

$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = \sum [D][B][M^m]\{\bar{u}_j^m\}$ $[D]$:応力-ひずみ行列 (5)

3. 解析例

本文では、図3に示すように直交座標系 (x, y, z) と円筒座標系 (r, θ, z) を定義し、トンネル切羽近傍の解析モデルを考える。均質等方体であるとして $E = 3.0 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$, $\nu = 0.25$ と仮定した。また図4のようにトンネル内径を R_0 とし、 $0 \leq r \leq R_1$, $0 \leq z \leq Z_1$ の解析領域として考える。これを一定要素を用いて34個に分割した。解析の一例として σ_x のみが作用した場合についての計算結果を示す。この場合、フーリエモード $m=0$ と $m=2$ を求め、重ね合わせればよい。図5は $r-z$ 断面の変形図、図6は $r-\theta$ 断面の変形図である。図7は $\theta=0^\circ$ 断面における主応力図である。トンネル隅角部において応力集中が生じていることがわかる。また、図8は $\theta=90^\circ$ 断面における σ_r と r 座標の関係をプロットしたものである。円孔周りの応力状態として妥当な値が

得られていると判断している。

- 1) 薦 紀夫, 山地成一: 軸対称体の周辺積分有限要素法 (軸対称問題, 非対称問題及びねじり問題への応用)
日本機械学会論文集 48巻, 429号, pp.598-605, 1982

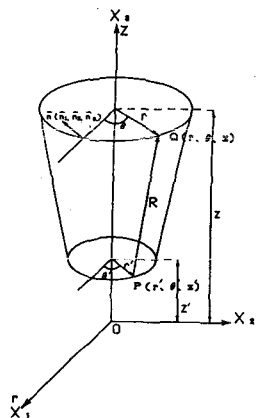


図1 円筒座標系

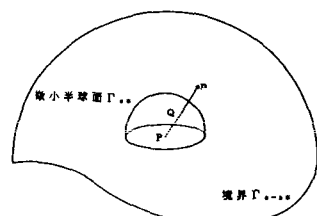


図2 微小半球面を付加した境界面

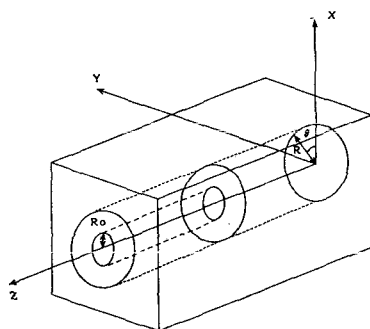


図3 解析モデル

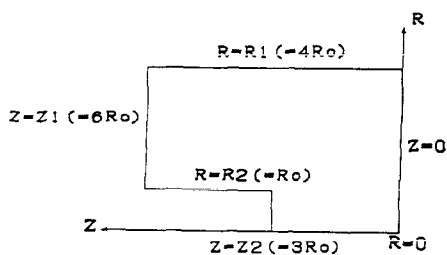


図4 解析領域

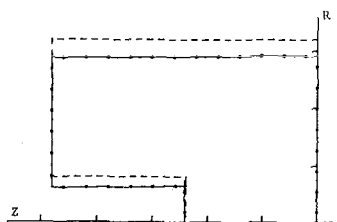


図5 r z断面($\theta=0^\circ$)の変位図

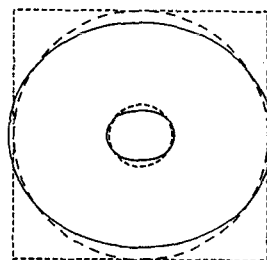


図6 r θ断面の変位図

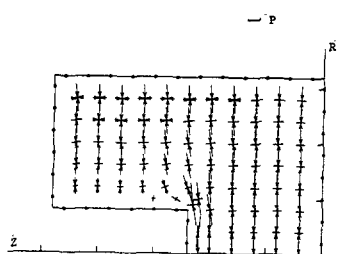


図7 r z断面($\theta=0^\circ$)の主応力図

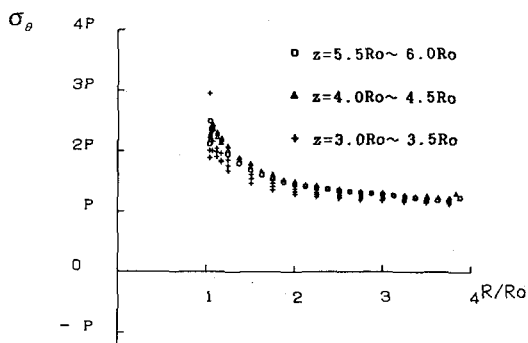


図8 $\theta=90^\circ$ 断面における σ_θ とr座標の関係