

破壊規準の違いが砂の応力-ひずみ関係に与える影響

鹿島 正員○西川明宏
山口大学工学部 正員 安福規之 村田秀一
山口大学工学部 学生員 中田幸男

1. まえがき

著者ら¹⁾は、過去に一般応力状態下における砂の等方硬化型の弾塑性構成式の提案を行ってきた。本報告は、従来の構成式に種々の破壊規準（Drucker-Prager規準、Mohr-Coulomb規準、松岡・中井規準、Lade規準、幾何学的に表される規準）を導入することにより、中間主応力の影響を考慮した構成式の提示を試みたものである。提案モデルの検証は、シリカ系の砂である秋穂砂を用い、破壊規準の違いが応力-ひずみ関係に与える影響を検討している。

2. 提案モデルの概要

提案モデルは、非関連流れ則に基づいて導かれたものであり、降伏関数f、塑性ポテンシャル関数g、破壊包絡線の評価(η)の評価)、硬化パラメータ及び硬化則の仮定に特徴を有するものである¹⁾。図-1は、 $\phi=40^\circ$ の時の π 平面上における各破壊規準の形状を示している。

3. 降伏関数・塑性ポテンシャル関数

等方硬化を仮定した場合の降伏関数として、式(1)に示す関数形を与えている¹⁾。ここで、 $N(\theta)$ は、降伏曲線の勾配が0となるときの応力比 N_c によって簡単に規定され、その式形は、導入する破壊規準によって異なる。塑性ポテンシャル関数は、式(2)に示す関数形を与えている。ここで、 $M(\theta)$ は、塑性ポテンシャル曲線の勾配が0となるときの応力比 M_c によって簡単に規定され、その式形は導入する破壊規準によって異なる。

各破壊規準に着目した時の $N(\theta)$ の具体的な関数形を示す。式中の ϕ_{nc} は、 N_c に対応するセカントアングルである。これらは、各破壊規準の π 平面上における形を θ の関数として書き表し、それらを $N(\theta)$ の中に組み込んだものであり、これにより、降伏特性のロードアングル依存性が比較的簡単に表せる。 $\alpha_h(\theta)$ 、 $\alpha_p(\theta)$ 、 $M(\theta)$ については、 $N(\theta)$ と同様な考え方に基づき決定可能であり、例えば、 $M(\theta)$ は、 ϕ_{nc} を ϕ_{mc} (M_c に対応するセカントアングル)に置き換えることによって全く同様に与えることができる。

4. 破壊包絡線の評価

軸対称条件下におけるピーク時の応力比は、拘束圧の増加とともに低下する。提案モデルでは、その特徴を踏まえた上で、さらにロードアングル依存性を破壊規準の中に組み込むために、三主応力状態下におけるピーク時の応力比を式(3)で規定している。ここで、 $\alpha_h(\theta)$ 、 $\alpha_p(\theta)$ 、 $M(\theta)$ は、どの破壊規準を用いるかによってその式形が異なるという特徴を有している。

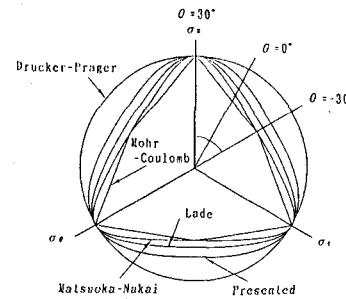


図-1 π 平面上における各破壊規準の形状

$$f = q^2 + 2[N(\theta)]^2 p^2 \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = 0 \quad (1)$$

$$g = p^2 - pp_0 + \frac{q^2}{[M(\theta)]^2} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \text{Drucker-Prager規準} & & \text{Mohr-Coulomb規準} \\ & N(\theta) = \frac{6 \sin \phi_{nc}}{3 - \sin \phi_{nc}} & & N(\theta) = \frac{3 \sin \phi_{nc}}{\sqrt{3} \cos \theta - \sin \phi_{nc} \sin \theta} \end{aligned}$$

松岡・中井規準²⁾

$$\begin{aligned} N(\theta) &= \frac{1}{2\sqrt{-\left(\frac{r}{3}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{3}\right)}} ; k_2 = 9 + 8\tan^2\phi_{nc} \\ \cos \alpha &= \frac{-s}{2\sqrt{-\left(\frac{r}{3}\right)^3}} ; r = \frac{3 - k_2}{3(k_2 - 9)} ; s = \frac{2k_2}{27(k_2 - 9)} \sin 3\theta \end{aligned}$$

Lade規準³⁾

$$\begin{aligned} N(\theta) &= \frac{1}{2\sqrt{-\left(\frac{t}{3}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{3}\right)}} ; k_1 = \frac{(3 - \sin \phi_{nc})^3}{(1 + \sin \phi_{nc})(1 - \sin \phi_{nc})^2} \\ \cos \alpha &= \frac{-u}{2\sqrt{-\left(\frac{t}{3}\right)^3}} ; t = \frac{k_1}{3(27 - k_1)} ; u = \frac{2k_1}{27(k_1 - 27)} \sin 3\theta \end{aligned}$$

幾何学的に表される規準

$$N(\theta) = N_c \left[\frac{1}{A^2 \cos^2\left(\frac{3}{2}\theta_o\right) + \sin^2\left(\frac{3}{2}\theta_o\right)} \right]^{0.5} ; \theta_o = \theta - 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \eta_p &= \alpha_h(\theta) & p < p_h \\ &= \alpha_p(\theta) \left(\frac{p}{p_a} \right)^{b-1} & p_h < p < p_1 \\ &= M(\theta) & p_1 < p \end{aligned} \quad (3)$$

5. 硬化パラメーターの評価

硬化パラメーターの展開式 dk^p は、塑性体積ひずみ増分と塑性せん断ひずみ増分の両方が硬化に寄与し、また、その寄与の仕方が拘束圧によって変化するという考え方を踏まえ、式(4)で与えている。また、 χ は、土の硬化に対する塑性せん断成分の関わり方を決める重要なパラメーターであり、これは、土（砂）が破壊状態において完全塑性材料として挙動するという仮定に基づいて導かれる。

$$dk^p = \Lambda \left[\frac{\partial g}{\partial p} + \frac{2}{\sqrt{3}} \chi \eta \left(\frac{1}{2} \frac{\partial g}{\partial S_{k1}} \frac{\partial g}{\partial S_{k2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] ; \chi = \frac{-\left[\frac{\partial g}{\partial p} \right]}{\eta \left[\frac{2}{3} \frac{\partial g}{\partial S_{k1}} \frac{\partial g}{\partial S_{k2}} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (4)$$

at $\eta = \eta_p$

6. 提案モデルの検証

表-1は、秋穂砂に対する構成式中の9個のパラメーターであり、これらのパラメーターは、等方圧密除荷試験と数本の三軸圧縮試験から決定可能である。

図-2は、 $p=100\text{kPa}$ の基で、 p 一定、 θ 一定のせん断試験から求まる応力比-体積ひずみ関係と応力比-せん断ひずみ関係の実験値と予測値をDrucker-Prager規準、幾何学規準に着目して示したものである。図-3は、 $p=100\text{kPa}$ の基で、 p 一定、 $\theta = -30^\circ$ （三軸伸張）一定のせん断試験から求まる応力-ひずみ関係を各破壊規準に着目して示したものである。これらの図から、中間主応力を考慮していないDrucker-Prager規準は、応力-ひずみ関係の θ 値依存性を表現できないが、中間主応力を考慮している松岡・中井規準、Lade規準、幾何学規準は、応力-ひずみ関係の θ 値依存性を比較的うまく表現しているといえる。

表-1 構成式中のパラメーター

秋穂砂 (Dr=60%)				
1	h	k_s	α_{hc}	α_{pc}
0.688	0.361	0.0047	1.65	1.80
b	M_c	N_c	A	
0.937	1.05	0.81	0.79	

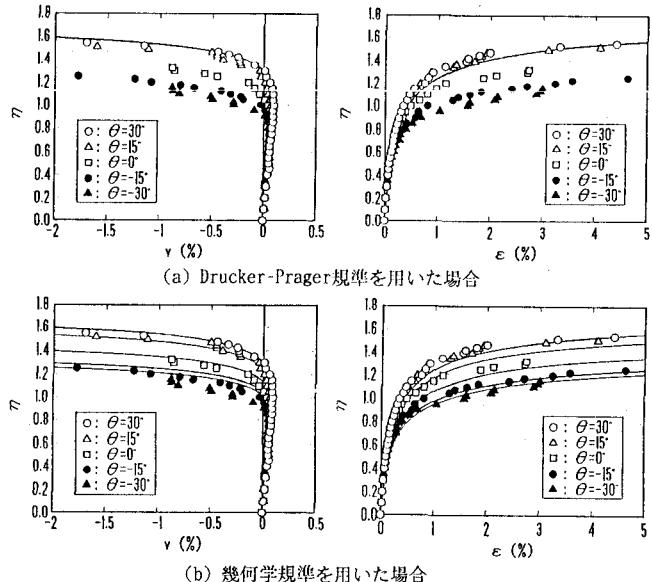
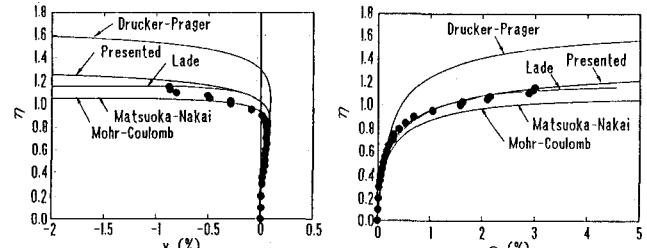


図-2 破壊規準の違いが応力-ひずみ関係に与える影響



7. あとがき

π平面上における破壊規準において、中間主応力の影響を十分に考慮していないDrucker-Prager規準やMohr-Coulomb規準では、応力-ひずみ関係の θ 値依存性をうまく表現できないが、中間主応力の影響を考慮している松岡・中井規準、Lade規準、幾何学規準を用いた応力-ひずみ関係の予測結果は、実験結果とよい対応を示した。

参考文献

- 1) 安福規之 (1990) : "広範な応力域における異方圧密砂の降伏特性と弾塑性構成式に関する研究," 九州大学博士論文.
- 2) Matsuoka, H. and Nakai, T. (1974) : "Stress-deformation and strength characteristics of sand under three different principal stresses," Proc. JSCE, No. 232, pp59-70.
- 3) Lade, P. V. and Duncan, J. M. (1975) : "Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil," Jour. G.E.Div., Proc. ASCE, Vol. 101, GT10, Oct., pp.1037-1053.