

構造異方性の影響を考慮した砂の弾塑性構成式

西松建設(株)

正 員 ○浜田 透

山口大学工学部

正 員

安福規之・兵動正幸

山口大学大学院

学生員

中田幸男

1. まえがき

著者らは、主応力方向固定或いは主応力方向回転下における様々な応力履歴を与えた異方性砂の変形特性や強度特性を実験的に検討してきている¹⁾。本研究では、今までに得られた知見の中で、特に強度特性に及ぼす構造的な異方性の影響と主応力方向を固定した条件下での砂の変形特性の的確な表現を目的とした弾塑性構成式について言及するものである。ここでは、特に異方性を導入した降伏関数、破壊基準と異方性の具体的な評価手順について記述する。

2. 降伏関数・破壊基準

本論文で提案する弾塑性構成式は、非関連流れ則に基づいて導かれ、降伏関数、塑性ポテンシャル関数、破壊基準及び硬化係数によって構成されている。この構成式は、降伏関数と破壊基準に砂の構造的な異方性を表現することができる修正応力 $(\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} - p\alpha_{ij})$ の考え方^{2), 3)}を導入している。以下に、降伏関数と破壊基準について記述する。

降伏関数 --- 著者らは、砂の降伏特性について実験的に検討し、式(1)に示す降伏関数を与えた。Nは降伏特性を評価する定数である。また、pは硬化の程度を表すパラメータであり、 α_{ij} (以下では軸差異方テンソルと称する)は、異方性を表現する2次の無次元化されたテンソルである。さらに、ここでは、降伏曲線の θ^* 依存性を式(2)で表現することによって、その構造的な異方性と中間主応力依存性を考慮することを試みている。ここに、Aは中間主応力の影響の度合いを与える定数であり、 N_c^* は $\theta^* = 0^\circ$ の時の N^* の値である。なお、表1は、主要な応力とひずみ増分パラメータを示している。ここで、*の記号は、修正応力を用いたものである。

構造的な異方性を考慮した破壊規準 --- ここでは、式(2)と同型の式(3)に示す破壊規準を導入することによって、結果として強度特性の構造的な異方性を表現することを試みている。ここに、 η_{pc}^* は $\theta^* = 0^\circ$ における最大の応力比 η^* に対応する材料定数である。

3. 軸差異方テンソルとその評価

ここでは、直交異方性を有する供試体を対象としたときの軸差異方テンソル α_{ij} について具体的に考える。テンソル α_{ij} は、降伏や破壊時の挙動の構造的な異方性を表現するために導入されるものであり、その定義から $\alpha_{kk} = 0$ という性質を有する。図1は、r- θ 面に対して等方で、Z- θ 面、r-Z面に対して直交異方性を示す砂供試体を模擬している。図に示すように σ_r が常に中間主応力であるような条件を考えると、この場合 α_{ij} の成分($\alpha_{11} = \alpha_z, \alpha_{22} = \alpha_r, \alpha_{33} = \alpha_\theta, \alpha_{13} = \alpha_{z\theta}, \alpha_{31} = \alpha_{\theta z}$)は、以下の条件を満足すべきである。

$$\alpha_r = \alpha_\theta : \alpha_{z\theta} = \alpha_{\theta z} = 0$$

図2は、上述したような異方性を示すと考えられる砂供試体を用いて、 $p = 1.0 \text{ kgf/cm}^2$ まで等方圧密を行った後、p一定、中間主応力係数 $b = 0.5$ 一定、さらに σ_r が常に中間主応力となる条件の基で、主応力方向一定のせん断試験を行った結果を示している。図中には7種類の主応力方向一定試験によって得られた破壊点

降伏関数f

$$f = p^2 - pp_0 + \frac{3}{2N^2} \{ (S_{ij} - p\alpha_{ij})(S_{ij} - p\alpha_{ij}) + (p_0 - p)p\alpha_{ij}\alpha_{ij} \} = 0 \quad (1)$$

ここで、

$$N(\theta^*) = N_c^* \frac{A}{\{A^2 \cos^2(1.5\theta^*) + \sin^2(1.5\theta^*)\}^{0.5}} \quad (2)$$

破壊時の応力比 η_p の評価

$$\eta_p(\theta^*) = \eta_{pc}^* \frac{A}{\{A^2 \cos^2(1.5\theta^*) + \sin^2(1.5\theta^*)\}^{0.5}} \quad (3)$$

表1 主要な応力とひずみ増分パラメータ

Stress parameters:

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{ij} & ; \quad a &= \left(\frac{3}{2} a_{ij} \cdot a_{ij} \right)^{0.5} \\ q &= \left(\frac{3}{2} S_{ij} \cdot S_{ij} \right)^{0.5} & ; \quad q^* &= \left\{ \frac{3}{2} (S_{ij} - p\alpha_{ij}) \cdot (S_{ij} - p\alpha_{ij}) \right\}^{0.5} \\ \eta &= \left(\frac{3}{2} \eta_{ij} \cdot \eta_{ij} \right)^{0.5} & ; \quad \eta^* &= \left\{ \frac{3}{2} (\eta_{ij} - a_{ij}) \cdot (\eta_{ij} - a_{ij}) \right\}^{0.5} \\ J_3 &= \frac{1}{3} (S_{ij} \cdot S_{jk} \cdot S_{ki}) & ; \quad J_3^* &= \frac{1}{3} (S_{ij} - p\alpha_{ij}) \cdot (S_{jk} - p\alpha_{jk}) \cdot (S_{ki} - p\alpha_{ki}) \\ \theta &= \frac{1}{3} \cos^{-1} \left(\frac{27J_3}{2q^3} \right) & ; \quad \theta^* &= \frac{1}{3} \cos^{-1} \left(\frac{27J_3^*}{2q^{*3}} \right) \end{aligned}$$

Strain parameters:

$$de_p = d\epsilon_{ij} \delta_{ij} & ; \quad d\gamma &= \left(\frac{2}{3} de_{ij} \cdot de_{ij} \right)^{0.5}$$

(注意: $S_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$; 軸差応力テンソル, $\eta_{ij} = S_{ij}/p$; 応力比テンソル
 $de_{ij} = d\epsilon_{ij} - (d\epsilon_{kk}/3)\delta_{ij}$; 軸差ひずみテンソル)

が $\sigma_{2\theta} - (\sigma_z - \sigma_\theta)/2$ 平面にプロットされている。この図から、この平面上における破壊時の応力状態は、 $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2$ 軸の正の方向に $C_f \cdot p$ ほどずれた円で概ね近似できることがわかる。さて、この円の中心は幾何学的に $\sigma_z - \sigma_\theta = 2C_f p$ で与えられるから、 $\sigma_z^* - \sigma_\theta^* = 0$ であることを踏まえると($\sigma_z^* = \sigma_z - p a_z$; $\sigma_\theta^* = \sigma_\theta - p a_\theta$)、

$$a_z - a_\theta = 2C_f$$

で与えられる。従って、式(4)、式(5)と $\alpha_{kk}=0$ の条件より α_{ij} の成分は、以下ように求まる。

$$\alpha_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3}C_f & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3}C_f & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3}C_f \end{pmatrix}$$

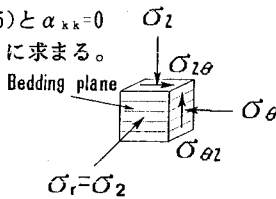


図1 直交異方性を示す供試体

ここに、 C_f は初期の構造的な異方性を評価する材料定数である。

4. 構成式の検証

予測に必要な材料定数は、圧縮特性に関わる定数 l , h , k_a 、強度特性に関わる定数 η_{ps}^* 、降伏特性に関わる定数 N_c^* 、ダイレタンシー特性に関わる定数 M_c 、中間主応力の影響を評価する定数 A 及び構造異方性に関わる定数 C_f の全部で8つであり、定数 C_f 以外は通常の三軸圧縮試験から簡単に決定できる。表2は、空中落下法で作成した $Dr=60\%$ の秋穂砂の材料定数をまとめて示している。

図3は、主応力方向一定せん断試験の実験結果と予測結果を示したものである。図(a), (b) には、実験で得られた $\eta - \gamma$ 関係及び $\eta - \varepsilon_v$ 関係が示されている。また、図(c), (d) は、予測値である。これらの図から、構造的な異方性を正當に評価すると実験結果に見られるような $\eta - \gamma$ 関係の主応力方向の増加にともなう初期勾配の低下や強度の低下をうまく表わし、また $\eta - \varepsilon_v$ 関係の主応力方向の増加にともなう収縮量の増加をうまく表現していることがわかる。以上のように限られた実験条件ではあるが、構造的な異方性を示す材料に対して、この構成式の有用性がうかがえる。

5. まとめ

本研究では、砂の構造的な異方性とその応力ひずみ関係に与える影響

を考慮できる弾塑性構成式を提示した。本構成式は、従来の異方硬化型の弾塑性構成式を拡張したものであり、その特徴の一つは破壊規準の中に構造的な異方性の効果を取り入れたところである。

参考文献

- 1) 安福・村田・兵動・浜田・永富(1992): 第27回土質工学研究発表会講演集, pp. 471-474. 2) Gutierrez, M. (1989): Dr. Eng. Thesis, University of Tokyo. 3) Tobita, T. and Yanagisawa, E. (1992): Soils and Foundations, Vol. 32, No. 1, pp. 85-99.

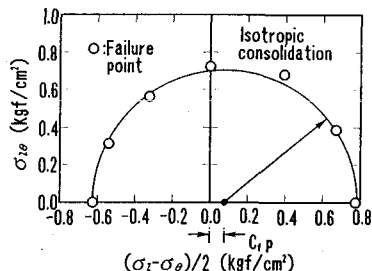


図2 破壊面の構造的な異方性

表2 秋穂砂の材料定数

Aio sand ($Dr=60\%$)			
l	0.688	M_c	1.05
h	0.361	N_c^*	0.82
k_a	0.0047	A	0.75
η_{ps}^*	1.47	C_f	0.09

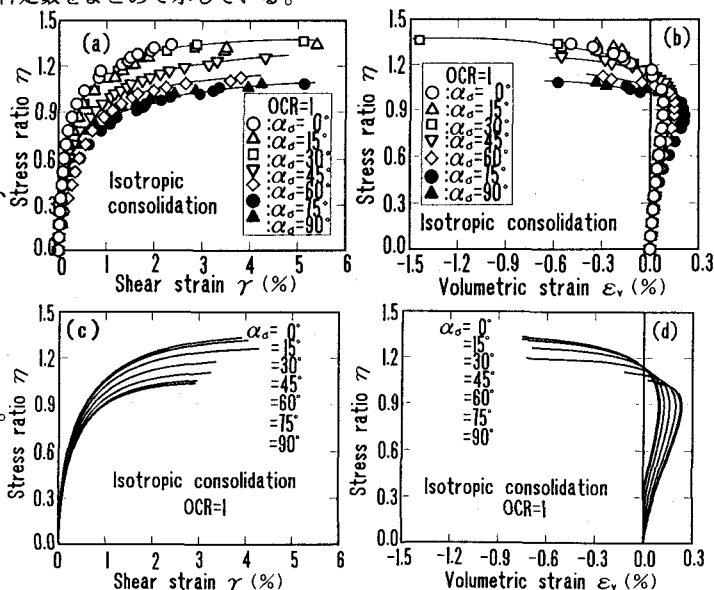


図3 主応力方向一定せん断試験の実験結果と予測結果の比較