流動要素法（FLEM）の三次元問題への拡張

岡　山　県（正）○友谷　英明　　鳥取大学工学部（正）　木山　英郎
鳥取大学工学部（正）　藤村　　尚　　鳥取大学工学部（正）　西村　　強

1．はじめに

流動要素法（FLow-Element-Method，FLEMと呼ぶことにする）[1]とは，DEMの基本となっている運動方程式の陽形式時間差分による逐次解法を活かして，各要素の自由な大変形を許しながら要素間の連続性を保持し，全体としての大変形から流動までを解析できる手法である．その特徴は，要素分割や要素の構成則に従った節点力の誘導はFEMの手法を用い，これによって生じる節点力の不平衡は，質量を有する節点（隣接要素の質量を各節点に負す）が，節点力の不平衡を解消する方向に運動方程式に従って運動する過程をDEMと同様の時間差分により解析するところにある．本研究では，二次元問題を中心に行われてきた従来のFLEMを三次元に拡張した基本式の概要と２，３の解析例を示す．

2．FLEMの概要

図１に示すように任意節点ｉ（質量m_i）とそれを取り囲む８つの要素（要素番号ｊ，図は二次元表示）が微小時間内に移動することに対して，次の運動方程式を満たしながら運動する．

$$m_i\ddot{u}_i+\eta\dot{u}_i+F_{xi}=m_ig_x+f_{xi}\qquad m_i\ddot{v}_i+\eta\dot{v}_i+F_{yi}=m_ig_y+f_{yi}\qquad m_i\ddot{w}_i+\eta\dot{w}_i+F_{zi}=m_ig_z+f_{zi}\tag{1}$$

ここに，m_iは節点ｉが関与する要素ｊの質量の1/8ずつが集められた質量である．F_{xi},F_{yi},F_{zi}は節点ｉに生じている変位抗力（節点力とよぶ）である．f_{xi},f_{yi},f_{zi}は点に直接作用する外力である．g_x,g_y,g_z は重力加速度の成分である．

式(1)において，DEMを利用して加速度を未知数に見立て，要素毎に陽形式差分で表現する．そして速度·変位増分を求め，新たな節点位置を決定する（式(3),(4),(5)）．

$$\ddot{u}_i=(g_x+\frac{f_{xi}}{m_i}-\frac{F_{xi}}{m_i})-\frac{1}{m_i}\Delta F_{xi}-\frac{\eta\Delta u_i}{m_i\Delta t}\qquad \ddot{v}_i=(g_y+\frac{f_{yi}}{m_i}-\frac{F_{yi}}{m_i})-\frac{1}{m_i}\Delta F_{yi}-\frac{\eta\Delta u_i}{m_i\Delta t}$$

$$\ddot{w}_i=(g_z+\frac{f_{zi}}{m_i}-\frac{F_{zi}}{m_i})-\frac{1}{m_i}\Delta F_{zi}-\frac{\eta\Delta u_i}{m_i\Delta t}\tag{2}$$

$$\begin{aligned}\dot{u}_i&=\dot{u}_i+\ddot{u}_i\Delta t\\ \dot{v}_i&=\dot{v}_i+\ddot{v}_i\Delta t\\ \dot{w}_i&=\dot{w}_i+\ddot{w}_i\Delta t\end{aligned}\quad(3)\qquad \begin{aligned}\Delta u_i&=\dot{u}_i\Delta t\\ \Delta v_i&=\dot{v}_i\Delta t\\ \Delta w_i&=\dot{w}_i\Delta t\end{aligned}\quad(4)\qquad \begin{aligned}x_i&=x_i+\Delta u_i\\ y_i&=y_i+\Delta v_i\\ z_i&=z_i+\Delta w_i\end{aligned}\quad(5)$$

要素剛性による拘束力をＦＥＭの考え方を利用して，Δt間の節点力増分（$\Delta F_{xi},\Delta F_{yi},\Delta F_{zi}$）として算定する．

$$\begin{bmatrix}\Delta F_{xi}{}^j\\ \Delta F_{yi}{}^j\\ \Delta F_{zi}{}^j\end{bmatrix}=[K_i{}^j]\ [\Delta u_1{}^j,\Delta v_1{}^j,\ \Delta w_1{}^j,\ \cdots\cdots,\Delta u_8{}^j,\Delta v_8{}^j,\Delta w_8{}^j]^T\tag{6}$$

ここに，［$K_i{}^j$］は要素jの変形とともに，Δtごとに変化する要素剛性マトリックス［K^j］の節点iに関与する部分マトリックスであり，［B^j］を節点変位ひずみマトリックス，［D］を弾性マトリックスとすると［K^j］は次式で与えられる．

$$[K^j]=\iiint[B^j]^T[D]\ [B^j]\,dxdydz\tag{7}$$

つぎに，節点iが関与している全ての要素jについて上記節点力増分値の和を求める．

$$\Delta F_{xi}=\sum_{j=1}^{8}\Delta F_{xi}{}^j\qquad \Delta Fy_i=\sum_{j=1}^{8}\Delta F_{yi}{}^j\qquad \Delta Fz_i=\sum_{j=1}^{8}\Delta F_{zi}{}^j\tag{8}$$

３．演算プログラムと解析例

解析プログラムでは，六面体８節点要素を用い，2x2x2の積分点公式を標準としている．図２は，節点数64，要素数27の解析モデルを示している．要素は１辺は4(cm)，積分点数8であり，解析領域は12(cm)x12(cm)x12(cm)である．解析に用いた主な定数を表１に示す．境界条件として，上面を除く外境界上の節点は，その面内においてのみ可動とし，面に垂直な方向に拘束している．解析では，－ｚ方向の重力の作用下で静的釣り合い状態を求め，土被り圧に相当する要素内応力を発生させる．この場合，上面に荷重は作用していない．

続いて図２の点線で囲まれた要素掘削されたとして解析を行った．図４，図５は掘削時の静的安定状態の断面(A),(B)（図３に示す）の主応力図を示す．要素数は少ないが，境界条件を満たす安定な解を得ている．また，時間増分，減衰係数については従来通り処理でき，流動要素法の三次元問題への拡張がなされた．

表１　解析定数

Young's modulus	E=100	(kgf/cm²)
Density	ρ=2.65	(g/cm³)
Poisson's ratio	ν=0.3	
time increment	$\Delta t=1.0\times10^{-4}$	(sec)

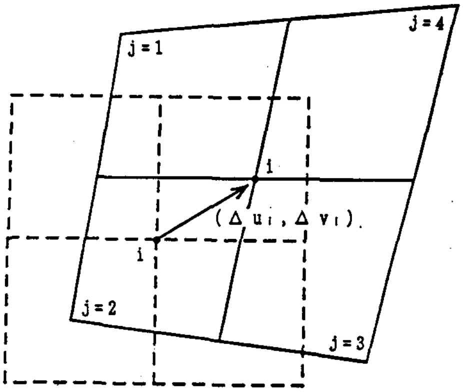

図１　節点の運動と要素の変形

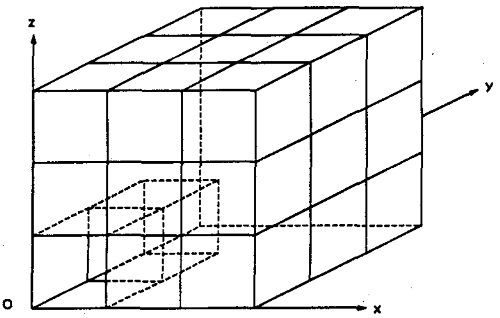

図２　解析モデル(節点数64·要素数27)

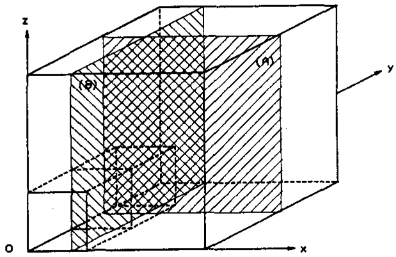

図３　断面(A),(B)

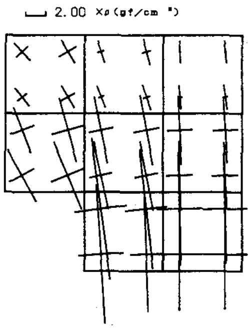

図４　断面(A)の主応力図

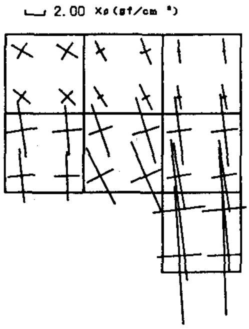

図５　断面(B)の主応力図

参考文献　１）木山英郎・藤村　尚・西村　強：連続体の大変形解析のための流動要素法(FLEM)の提案，土木学会論文集No.439/Ⅲ-17,pp.63～68,1991.12.