

包絡線の相関パラメータの統計的変動性

鳥取大学工学部 正員 ○太田 隆夫

鳥取大学工学部 正員 木村 晃

1. はじめに

海の波は不規則であり、有限な長さの波形のデータから求められた平均波高や平均周期などの統計量は、確定値ではなく変動性を有する。合田(1985)は不規則波形の数値シミュレーションを行ない、波高および周期の代表値、波高の連長などの変動性について検討している。波高の連長を支配するパラメータである包絡線の相関パラメータも波形のデータから求められる統計量であるが、その変動性については明らかにされていない。本研究では、数値シミュレーションにより相関パラメータの分散値、頻度分布、および変異係数について検討を行なう。

2. 相関パラメータの変動性

包絡線の相関パラメータ K は次式により求められる(Battjesら, 1984)。

$$K = \sqrt{\mu_{13}^2 + \mu_{14}^2} / m_0 \quad (1) \quad \text{ここに,} \quad \mu_{13} = \int_0^\infty S(f) \cos(2\pi f\tau) df, \quad \mu_{14} = \int_0^\infty S(f) \sin(2\pi f\tau) df$$

$S(f)$ は不規則波の周波数スペクトル、 m_n は周波数スペクトルの n 次モーメント、 τ は時間差パラメータであり、ここでは次式で与えられる平均周期を用いる。

$$T_{02} = \sqrt{m_0 / m_2} \quad (2)$$

有限な長さのデータから推定される $S(f)$ は、次式で表される自由度 n のカイ2乗分布に従う変動性を有する。

$$p(c) = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} c^{(n/2-1)} \exp(-c/2) \quad (3)$$

ここに、 Γ はガンマ関数である。式(3)の n の値はスペクトル推定の自由度であり、この $S(f)$ の変動性のために μ_{13} 、 μ_{14} および K も変動する。これらの値の変動性を検討するため不規則波形の数値シミュレーションを行ない、その波形より推定した $S(f)$ を用いて μ_{13} 、 μ_{14} および K を求めた。

3. 数値シミュレーション

不規則波形のシミュレーションは逆FFT法を用い、期待スペクトルのピーク周波数を $f_p = 1.0\text{Hz}$ 、ピーク値を $S(f_p) = 1.0$ 、サンプリング間隔を $\Delta t = 0.05\text{s}$ 、水位の計算点数を $N = 2048$ として、これを1000回行なった。期待スペクトルとしてはWallopsスペクトルを用い、形状パラメータを $m = 5, 7, 10, 15, 20$ の5ケースとした。不規則波形を計算する際には、各周波数の成分波の振幅が自由度2のカイ2乗分布となるように与えて、波浪統計量の変動性を再現できるようにした。図-1に、シミュレートした波形から推定した $S(f_p)$ の値の分布をヒストグラムで表した。これは $m = 5$ 、スペクトル推定の自由度が10の場合であり、実線で示した自由度10のカイ2乗分布とよく一致している。 $m = 7, 10, 15, 20$ のスペクトルについても同様の結果を得た。ただし、カイ2乗分布と比較する際には、推定した $S(f_p)$ の平均値がカイ2乗分布の平均値に等しくなるように補正した。

4. 結果

図-2に、期待スペクトルの形状パラメータ m と K の分散値との関係を示す。 m が大きくなる、すなわちスペクトルが狭帯域になるにつれ、 K の分散値が減少する傾向が見られる。図-3にはシミュレートした K の頻度分布をヒストグラムで示した。(a)が $m = 5$ 、(b)が $m = 10$ 、(c)が $m = 20$ の場合で、いずれもスペクトル推定の自由度は10である。各図中の実線は、シミュレートした K に等しい平均値と分散値をもつ正規分布である。また、図-4の○は、水位の計算点数を $N = 1024, 2048, 4096, 8192$ として各1000回ずつ波形をシミュレートしたときのそれぞれの平均波数(ゼロダウソロス法による)と K の変異係数 $C.V.[K]$ との関係を示したもので、 $m = 5$ の場合である。合田(1985)

は、ほとんどの波浪統計量の変動性が波数 N_0 の $-1/2$ 乗に比例することから、統計量 x に対して

$$C.V. [x] = \alpha / \sqrt{N_0} \quad (4)$$

として比例係数 α の値を示している。図-4の●は、 $m=5$ の場合の波数 N_0 と κ の変異係数に対する α との関係を示したものであり、おおよそ1.2の一定値となっている。

参考文献：合田（1985），港研報告，第24巻，第4号，pp. 65-102. Battjes, J.A. and G. Ph. van Vledder (1984), Proc. 19th ICCE, pp. 642-648.

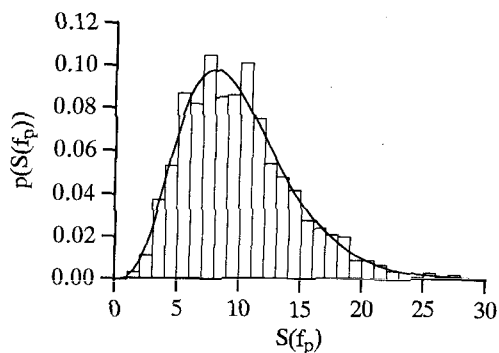


図-1 スペクトルのピーク値の分布

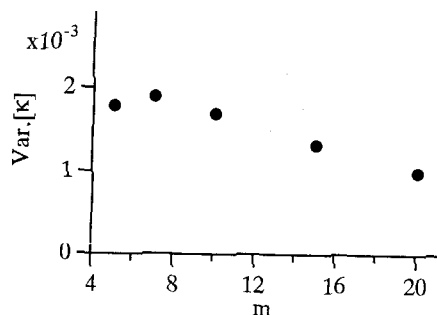


図-2 相関パラメータの分散値

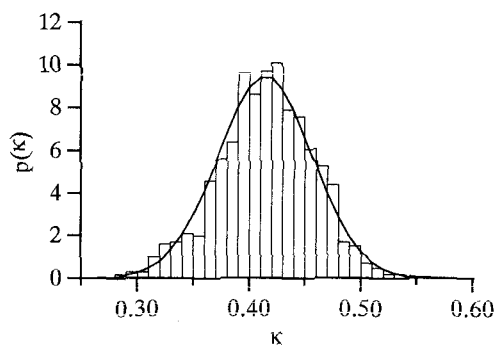


図-3(a) 相関パラメータの分布 ($m=5$)

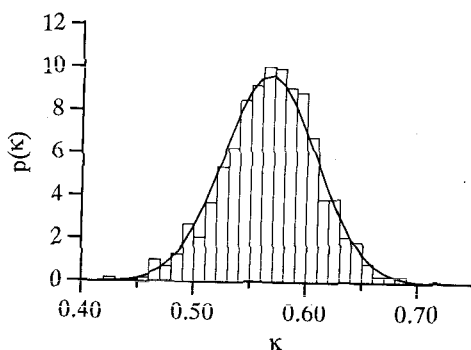


図-3(b) 相関パラメータの分布 ($m=10$)

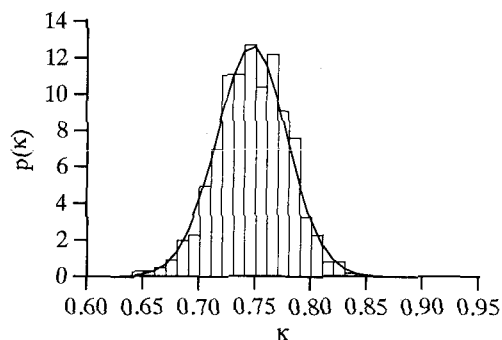


図-3(c) 相関パラメータの分布 ($m=20$)

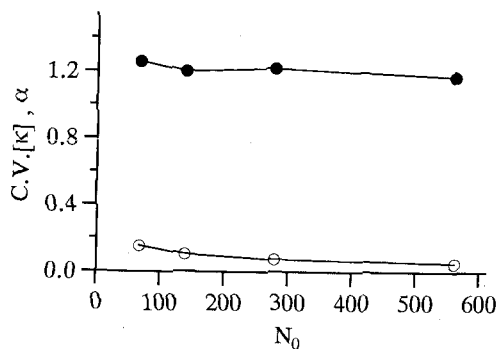


図-4 相関パラメータの変異係数とその比例係数 ($m=5$)