

不規則波の波高の確率特性

鳥取大学 工学部 木村 晃, 太田隆夫

1. 研究の目的: Rayleigh分布は狭帯域スペクトルの不規則波の“振幅”の確率分布としてLonguet-Higgins(1952)によりはじめて適用されたものである。したがって厳密には狭帯域のスペクトルの場合であっても, Rayleigh分布は理論的に求められた“波高”の確率分布ではない。Tayfun(1983)はゼロクロス法の波高の定義に忠実な, “波高”の確率分布を導くことを試みた。しかしゼロクロス波の定義すべてを数学的な普遍性をもつ表現に置き換えることが困難であるので, 彼の分布はRayleigh分布とかけ離れたものとなっている。現状ではゼロクロス波の波高の確率分布としてはRayleigh分布で十分とする意見も多いが, この分布形との適合性が確認できているのは分布形状の主要部分のみであり, 波高の非常に大きな, 確率の小さな部分での適合性は確認出来ていない。図-1は風波の数値シミュレーションで得た約8,000波の波高のヒストグラムを示したもので, 図中の実線はRayleigh分布である。図からもデータのピークがRayleigh分布に比して幾分波高の大きい側にシフトしている点, 波高の大きな部分でデータの頻度がRayleigh分布より小さくなっている点など従来指摘されている特徴が現れている。構造物の耐久設計, 信頼性解析のためには, 例えば最高波として用いられることの多い $H_{max}=1.8H_{1/3}$, あるいはFreak Waveと定義される $H > 2H_{1/3}$ の波のように, 波高の大きな波の信頼出来る発生確率の値が是非必要である。図-1では横軸の値が3.2以上の範囲が対象となるが, この付近の波高をもつ波の出現確率は非常に小さくなるため, データと確率分布の適合性の検討は非常に困難である。波高の大きな部分での確率特性を明確にするには, 定義に忠実な波高の確率分布をできるだけ厳密に求めて行くことがむしろ近道といえる。この研究は数値計算とゼロクロス波の定義の内, 理論的に取り扱える部分は理論的に, それが困難な部分は多くの数値シミュレーションで検討し, 出来る限り正確な波高の確率分布を求めることを目指したものである。

2. 研究の内容: 不規則波の波の波形を η , それに対する包絡線を R とする。 η のゼロクロス波の1周期間の最大値あるいは最小値と, 同じ点の包絡線の振幅 R_m との差は ν^2 のオーダーとなる(Tayfun, 1989)。ここに $\nu = (s_0 s_2 / (s_1)^2 - 1)^{1/2}$, s_n はスペクトルの n 次モーメントである。いま R_m と η の差を δ とし, δ の頻度分布をWallopsスペクトルのパラメータ r を変化させて検討したところ $r=5$ の場合, 図-2に示すように, 形状母数 m_1 が0.65のWeibull分布と非常に良好な対応を示した。さらに R_m の頻度分布について検討したところ, 図-3に示すように形状母数 m_2 が1.87のWeibull分布と良い対応を示した。 R_m , δ の頻度分布とWeibull分布との適合性は r の値に関わりなく良好であった。図-4の○印は δ に対するWeibull分布の形状母数 m_1 と ν の関係, ●は R_m に対する形状母数 m_2 と ν の関係をプロットしたものである。図からもわかるように ν の値に関わりなく m_1 は0.6前後, m_2 は1.8前後の値を示す。特に m_2 は R 自体の理論的確率分布であるRayleigh分布の場合に対応する2.0よりかなり小さい。これはRayleigh分布をする時系列からの不等間隔のサンプリング(波の最大点および最小点の時刻でのみ R_m の値が定義され, R からのサンプリングは等間隔ではない)に起因するものと考えられる。ここではまだデータ数が十分で無いので, 値のばらつきはあるが, R_m の分布としてWeibullの形状母数は2.0より若干小さい目の値をとるものと考えられる。つぎに隣合う δ の値の相関係数について計算結果を示したものが図-5の○印である。同じ図の●印は同じ時刻の δ と R_m の相関である。図からわかるように両方とも相関は非常に小さく共に0として差し支えない。以上の準備よりゼロクロス波の波高 H_j は $(R_{mj} + R_{mj+1}) - (\delta_j + \delta_{j+1})$ で与えられるので波高の確率分布は次式で与えられることがわかる。

$$P(H)dH = \int_V P_1(R_{mj}, R_{mj+1}) P_2(\delta_j, \delta_{j+1}) dV \quad (1)$$

ここに V は $(R_{mj} + R_{mj+1}) - (\delta_j + \delta_{j+1})$ が $H \rightarrow H+dH$ となる領域である。また, P_1 は R_{mj} と R_{mj+1} , P_2 は δ_j と δ_{j+1} の結合分布であり, ここではともに2次元Weibull分布($m_1=0.65$, $m_2=1.87$)で近似した。 R_m の相関パラメータは著者らの方法(1990)により計算した。

3. 主要な結論：図-6の実線は十分発達した風波($r=5$)に対するケースの(1)式の計算結果であり、点線がRayleigh分布である。ヒストグラムは数値シミュレーションによるものである。図よりデータと実線との対応は良好である。また、計算による分布とデータとの対応はスペクトルに関わりなく良好であった。

参考文献

Longuet-Higgins(1952): Jour. of Marine Res., Vol. IX, No. 3, pp. 245-266., Tayfun et al. (1983): Jour. Waterway, Port and Ocean Engg., ASCE, 115(5), pp. 594-613., 木村・太田(1990): 海講, 第37巻, pp. 116-120.

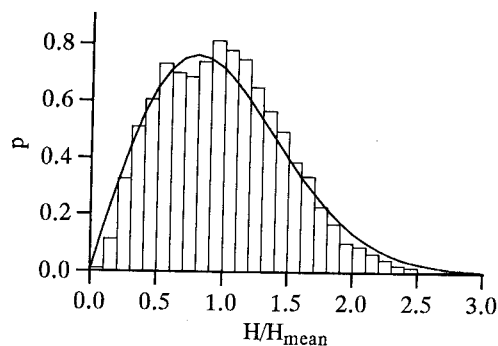


図-1 波高の頻度分布 ($r=5$)

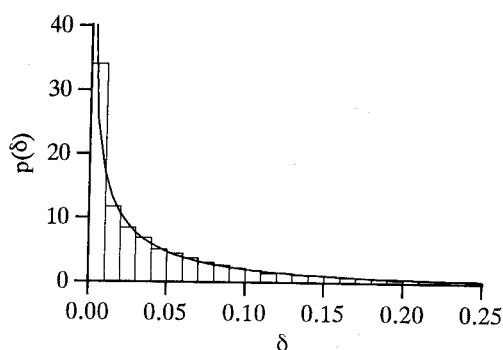


図-2 δ の頻度分布 ($r=5$)

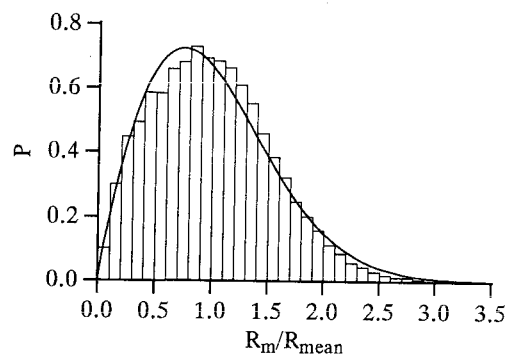


図-3 R_m の頻度分布 ($r=5$)

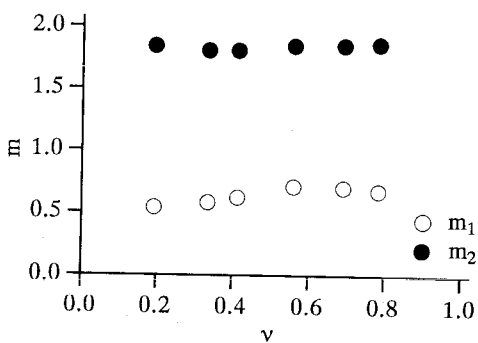


図-4 形状母数と ν の関係

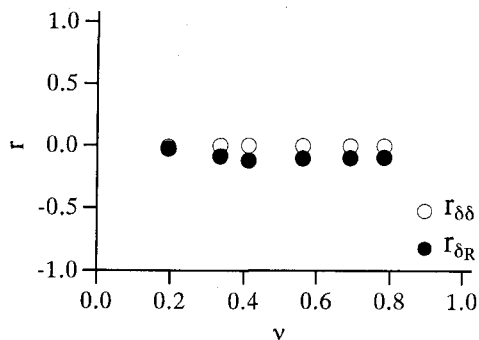


図-5 相関係数と ν の関係

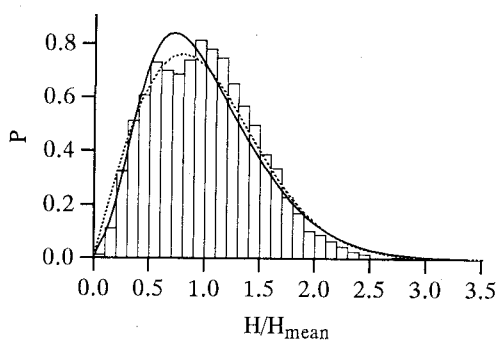


図-6 波高の確率分布 ($r=5$)