

不規則パルス過程を用いた確率場における構造物の信頼性評価法

鳥取大学工学部 正会員 白木 渡 東電設計(株) 正会員 恒国 光義
鳥取大学工学部 正会員 松保重之 鳥取大学大学院 学生会員 ○岡崎 浩一

1. まえがき 空間的に統計的不均一性を示す構造特性(例えば、材料定数)は、確率場として表され、その構造物の応答値もまた確率場として扱われる。したがって、そのような構造物の信頼性評価は確率場の超過理論を用いて行わなければならないが、応答の微分過程の確率特性に関する情報が必要なため、厳密な評価は一般に困難である。また、解析も有限要素法などの近似解法が用いられることが多いため、応答を連続な確率場として扱うことも困難である。本研究では、確率有限要素解析により求められる構造物の各有限要素内の応答値を、空間不規則パルス過程としてモデル化し、そのパルス過程にレベル超過の理論を適用することにより、簡便的な信頼性評価法を提案する。解析例として、地盤応力係数が2次元確率場としてモデル化される弾性基礎上の鋼板の信頼性評価の問題を取り上げる。

2. 局所平均による確率場の離散化 ここでは、2次元一様確率場を考え、確率有限要素解析を行うために、その確率場を局所平均¹⁾を用いて離散化し、各有限要素内の確率特性および各要素間の相関特性を評価する。平均値 m および標準偏差 σ を有する2次元一様確率場 $X(t_1, t_2)$ の、面積 $A = T_1 T_2$ の有限要素内における局所平均 X_A は式(1)のように定義される。この局所平均 X_A の平均値 $E[X_A]$ および分散 $\text{Var}[X_A]$ は、それぞれ式(2)および(3)となる。ここで式(3)中の $\gamma(T_1, T_2)$ は $X(t_1, t_2)$ の分散関数と呼ばれるものである¹⁾。また、図-1に示されているように、それぞれ面積 A および A' を有する任意に位置した2つの要素の各局所平均 X_A および $X_{A'}$ の共分散 $\text{Cov}[X_A, X_{A'}]$ は、図-1中の記号を用いて式(4)のように表される。このようにして評価された各有限要素内の確率特性および各要素間の相関特性を用いて、線形一次近似理論に基づく確率有限要素解析²⁾を行い、空間的不均一性を有する構造物の応答値の確率特性値および相関特性を求める。

3. 不規則パルス過程へのモデル化および破壊確率の算定

Basic-typeの一次元パルス過程 X_t が任意時点においてレベル r を下から上へ超過するという事象の平均超過率 $\nu_{X_t}^+$ は、式(5)のように与えられる³⁾。任意時点 t におけるパルス過程 X_t の確率密度関数 $f_{X_t}(x)$ および $t+\Delta t$ におけるパルスがレベル r を超過する確率 $G_X(r)$ を用いると式(5)は式(6)のように書き換えられる。次に、式(6)の2次元非定常問題への拡張を考える。図-2を参照して、点 $(t_1+\Delta t_1/2, t_2+\Delta t_2/2)$ における不規則(非定常)パルス X_{22} がレベル r を超過するという事象の平均超過率 $\nu_{X_{22}}^+$ を本研究では式(7)のように定義する。隣接するパルス間の相関を考慮して、式(7)は式(8)のように書き換えられる。式(8)において $f_{X_{11} \times X_{12} \times X_{21} \times X_{22}}$ は、パルス

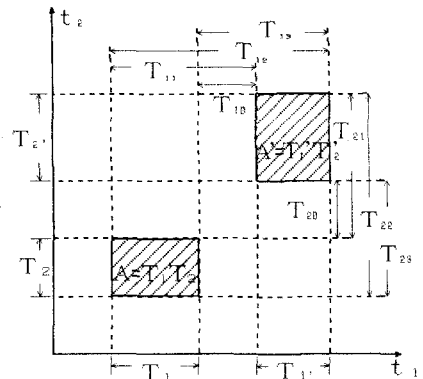


図-1 局所平均の相関

$$X_A = X_A(t_1, t_2) = \frac{1}{A} \int_{t_1-T_1/2}^{t_1+T_1/2} \int_{t_2-T_2/2}^{t_2+T_2/2} X(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \quad (1)$$

$$E[X_A] = m_X \quad (2)$$

$$\text{Var}[X_A] = \sigma_X^2 \cdot \gamma_X(A) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}[X_A, X_{A'}] \\ = \frac{1}{(AA')^2} \frac{\sigma_X^2}{4} \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 (-1)^k (-1)^l \cdot T_1 k^2 T_2 l^2 \cdot \gamma_X(T_1 k, T_2 l) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\nu_{X_t}^+ = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P[(X_t < r) \cap (X_{t+\Delta t} > r)] \quad (5)$$

$$\nu_{X_t}^+ = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^r f_{X_t}(x) G_X(r) dx \quad (6)$$

$$\nu_{X_{11}}^+ = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta A} P[(X_{11} < r) \cap (X_{12} < r) \cap (X_{21} < r) \cap (X_{22} > r)] \quad (7)$$

$X_{11}, X_{12}, X_{21}, X_{22}$ の同時確率密度関数である。超過の事象が生起する回数はポアソン分布で近似できると仮定すると、構造物の破壊確率 $P_f^*(r)$ は式(9)のように与えられる。式(9)において n はパルス数、すなわち有限要素の数である。

$$\nu_{x_{11}^*} = \frac{1}{\Delta A} \int_{-\infty}^r dX_{11} \int_{-\infty}^r dX_{12} \int_{-\infty}^r dX_{21} \int_r^{\infty} f_{X_{11} \dots X_{22}}(X_{11} \dots X_{22}) dX_{22} \quad (8)$$

4. 数値計算例 これまでに示した手法を、図-3に示されるような、地盤反力係数が2次元確率場としてモデル化される

$$P_f^*(r) = 1 - \exp\left(-\sum_{i=1}^n \nu_{x_{11}^*} \cdot \Delta A\right) \quad (9)$$

Winkler型の弾性基礎上の鋼板の信頼性評価に適用した。本研究では地盤反力係数を正規一様確率場と仮定し、鋼板の鉛直方向のたわみおよび曲げモーメントのそれぞれについて破壊確率 P_f^* を算定した。地盤反力係数の変動係数が0.10, 0.15, 0.20の場合について解析を行い、各場合について得られる鋼板の各有限要素における応答値は正規分布するものと仮定した。一方、超過のレベルの値については、地盤反力係数の変動係数が0.20の場合の確率有限要素解析において得られる各要素の応答値の標準偏差の中で、最大値の7.8および9倍の値を用い、それぞれレベル7.8およびレベル9とした。また、式(8)に含まれる同時確率密度関数の積分は、IFM手法⁴⁾により行った。図-4は、各有限要素のたわみが他の要素のたわみと独立であると仮定した場合の破壊確率 $P_f^{(0)}$ と、すべての要素のたわみが完全相関を有すると仮定した場合の破壊確率 $P_f^{(1)}$ および本手法により算定した破壊確率 P_f^* の比較をレベル7について示している。レベル8.9についても同様な結果が得られる。曲げモーメントについても、たわみの場合と同様にレベル10の値を定め、各有限要素における曲げモーメントが正規分布すると仮定した。曲げモーメントに対する破壊確率の算定結果を表-1に示している。これらの結果より、本研究で提案した信頼性評価により、応答値の微分過程を考慮することなく、しかも応答値の確率場の相関を考慮した妥当な結果が得られることがわかる。

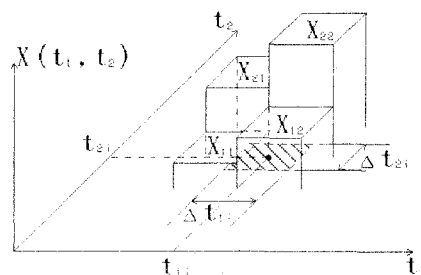


図-2 2次元パルス過程 X_{22} の超過

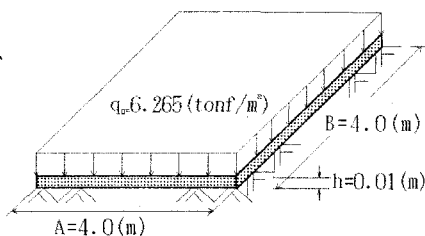


図-3 解析モデル

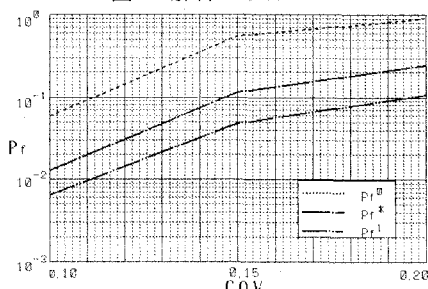


図-4 たわみに関する破壊確率 (level 7, 要素数64)

	$P_f^{(1)}$	P_f^*	$P_f^{(0)}$
level 10	0.396178E-04	1.364229E-04	4.953146E-04

表-1 モーメントに関する破壊確率 (変動係数:0.20, 要素数256)

参考文献 1) E. Vanmarcke: Random Fields, Analysis and Synthesis, MIT Press, 1983. 2) 中桐滋、久田俊明: 確率有限要素法入門-不確定構造の解析-, 培風館, 1985. 3) R.D. Larrabee and A. Cornell: Combination of Various Load Processes, ASCE, ST, Vol. 107, No. ST1, pp. 223-239, 1981-1. 4) 白木渡・G. I. Schuëller: 条件付き破壊確率を用いた繰り返し高速モンテカルロ法とその構造物の動的信頼度評価への応用, 構造工学論文集, Vol. 35 A, pp. 467-477, 1989.