

周波数領域における線形多自由度系の部分同定

徳島大学大学院○学生員 趙 秦晋 徳島県庁 正 員 山本英史
 徳島大学工学部 正 員 沢田 勉 徳島大学工学部 正 員 平尾 潔

1. はじめに 地震時の構造動特性の解明や既存構造物の損傷度評価を目的として、各種振動系の同定が行われている。しかし、この種の同定問題においては、自由度の数が増加すると同定すべきパラメータの数が増加し、解の精度及び収束性が劣化する。したがって、一度に同定すべきパラメータの数は少ないほうが良いと考えられる。また、構造物は部分的に損傷を受けるため、損傷度評価のための同定は部分的に行えばよいとも考えられる。本研究では、線形多自由度系をいくつかの部分系に分割し、注目する部分系に含まれるパラメータのみを他の部分系とは独立に同定する手法を周波数領域において定式化するとともに、観測記録に含まれるノイズの影響を低減するためにスペクトルを平滑化して同定に用い、その妥当性を検討する。

2. 線形多自由度系の部分同定 図-1のような全体系をいくつかの部分系に分割した系のうち、代表的な第J部分系について考える。ただし、第J部分系においては、少なくとも、最上質点p, 最下質点q+1 及び中間質点r において観測記録が得られているとする。この第J部分系において、最下質点を仮想地盤と考え、質点p+1 から質点q までの各質点の運動方程式を行列表示すると次のように表される。

$$[M] \{\ddot{y}(t)\} + [C] \{\dot{y}(t)\} + [K] \{y(t)\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

ここで、 $\{y(t)\} = \{y_{p+1}(t), \dots, y_r(t), \dots, y_q(t)\}^T$ は第J部分系に含まれる各質点の質点q+1 に対する相対変位、 $[M]$ =質量行列、 $[C]$ =減衰行列、 $[K]$ =剛性行列である。また、右辺の $\{f(t)\}$ は次のようになる。

$$\{f(t)\} = \begin{Bmatrix} -m_{p+1}\ddot{z}_{q+1}(t) + c_p\dot{y}_p(t) + k_p y_p(t) \\ -m_{p+2}\ddot{z}_{q+1}(t) \\ \vdots \\ -m_r\ddot{z}_{q+1}(t) \\ \vdots \\ -m_q\ddot{z}_{q+1}(t) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式(1) をフーリエ変換して、周波数領域で表示すると次式のようにになる。

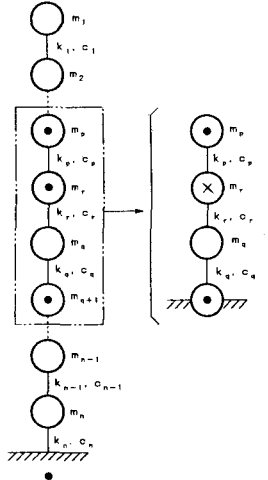
$$[A(\omega)] \{\ddot{Y}(\omega)\} = \{B(\omega)\} + \{F(\omega)\} \quad (3)$$

ここで、 $\ddot{Y}(\omega)$ は $\ddot{y}(t)$ のフーリエ変換であり、 $[A(\omega)]$, $\{B(\omega)\}$, $\{F(\omega)\}$ はそれぞれ次のようになる。

$$[A(\omega)] = [-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]] \quad (4)$$

$$\{B(\omega)\} = -[i\omega [C] + [K]] \{v\} - i\omega [K] \{d\} \quad (5)$$

$$\{F(\omega)\} = \begin{Bmatrix} \omega^2 m_{p+1} \ddot{z}_{q+1}(\omega) + (i\omega c_p + k_p) \{Y_p(\omega) + v_p\} + i\omega k_p d_p \\ \omega^2 m_{p+2} \ddot{z}_{q+1}(\omega) \\ \vdots \\ \omega^2 m_r \ddot{z}_{q+1}(\omega) \\ \vdots \\ \omega^2 m_q \ddot{z}_{q+1}(\omega) \end{Bmatrix} \quad (6)$$



(a) 全体系 (b) 部分系
 図-1 線形多自由度系モデル

ただし、 $\{B(\omega)\}$ の右辺の $\{v\}$ および $\{d\}$ は、第J部分系に含まれる各質点の速度および変位応答の最終値と初期値の差である。また、 $\ddot{Y}_p(\omega)$ は最下質点q+1 に対する最上質点p の相対加速度のフーリエスペクトルであり、 $\ddot{z}_{q+1}(\omega)$ は最下質点q+1 の絶対加速度のフーリエスペクトルである。

式(3) より相対加速度応答の有限フーリエ変換 $\{\ddot{Y}(\omega)\}$ は次式のように表される。

$$\{\ddot{Y}(\omega)\} = [A(\omega)]^{-1} \{\{B(\omega)\} + \{F(\omega)\}\} \quad (7)$$

一方、第J部分系の第q+1 質点および第r 質点で絶対加速度記録 $\ddot{z}_{q+1}(t)$, $\ddot{z}_r(t)$ が得られているとき、第r 質点の第q+1 質点に対する相対加速度記録 $\ddot{y}_r(t)$ の有限フーリエ変換 $\ddot{Y}_r(\omega)$ は次式より得られる。

$$\ddot{Y}_r(\omega) = \ddot{z}_r(\omega) - \ddot{z}_{q+1}(\omega) \quad (8)$$

ここで、 $\ddot{z}_{q+1}(\omega)$ および $\ddot{z}_r(\omega)$ はそれぞれ $\ddot{z}_{q+1}(t)$ および $\ddot{z}_r(t)$ の有限フーリエ変換である。このとき、同定問題の基準となる評価関数は次式のように表される。

$$\varepsilon(\alpha) = \sum_{k=1}^{N_f} \{ |\ddot{Y}_r(\omega_k; \alpha)| - |\ddot{Y}_r(\omega_k)| \}^2 \rightarrow \min \quad (9)$$

ここで、 $-$ は平滑化を表し、平滑化にはParzenウィンドウを用いる。また、 α は同定すべきパラメータ(第J部分系のばね定数 k_i , 減衰係数 c_i , 速度および変位に関する係数 v_i および d_i)を一般的に表す。上式は、

式(7)より得られる第 r 質点の $\hat{y}_r(\omega_k; \alpha)$ の平滑化されたフーリエスペクトル振幅と、実際の絶対加速度応答記録より得られる $\hat{y}_r(\omega_k)$ の平滑化されたフーリエスペクトル振幅の残差平方和を最小にするような未知パラメータ α を決定する基準である。ここで、 N_r は離散振動数点の数、 ω_k は離散化した k 番目の角振動数点である。上式は未知パラメータ α の非線形関数であるので、これをminにするような α を求めるため、改良反復線形計画法(MSLP法)⁽¹⁾を用いた。

3. 数値計算および考察 線形10自由度系の最下部の部分系に含まれるばね定数、減衰係数を同定する。表-1は、同定に用いた線形10自由度系の諸元を表す。ここでは、解析法の有効性を検討することを目的とするため、実際の観測記録を用いず、入力加速度波としてEl Centro地震波を用い、周波数領域で応答計算した後にフーリエ逆変換を行い、これにノイズを付加したものを観測波形として用いた。なお、MSLP法における繰返回数は100回、評価関数において対象としたスペクトルの周波数領域は0.1～20.0Hzとし、この間を100等分した振動数点について式(9)を計算する。また、初期値は真値の1.3倍とした。なお、以下の数値計算において、式(5)に含まれる同定すべきパラメータ $\{v\}$ 、 $\{d\}$ は0とし、同定は行わない。これは、応答計算する際に、加速度記録に後続の0を付加して計算しているため、 $\{v\}$ 、 $\{d\}$ はほとんど0となっているためである。以下では、線形多自由度系の部分同定法の解の精度及び観測記録に含まれるノイズの影響について検討した。

表-1 数値計算モデルの諸元

質点番号	質点値		
	質量 $m \times 10^3$ [kg]	ばね定数 $k \times 10^6$ [kg/cm]	減衰係数 $c \times 10^4$ [kg-s/cm]
1	0.100	1.200	0.200
2	0.100	1.200	0.200
3	0.100	1.200	0.200
4	0.100	1.200	0.200
5	0.100	1.200	0.200
6	0.100	1.200	0.200
7	0.100	1.200	0.200
8	0.100	1.200	0.200
9	0.100	1.200	0.200
10	0.100	1.200	0.200

(1) 部分同定法による同定精度 本研究で開発した部分同定法の有効性を検討するため、ノイズ0%の場合について表-1に示した線形10自由度系の最下部の部分系($m_8 \sim m_{10}$)に含まれるパラメータのみの同定を行った。図-2は部分系の同定結果である。この図より、線形多自由度系において、本研究で示した部分同定法を用いることにより、注目した部分系のみを精度よく同定できることがわかる。

(2) ノイズが解の精度に及ぼす影響 観測記録に含まれるノイズが部分系の解の精度に及ぼす影響を見るために、上と同じ最下部の部分系($m_8 \sim m_{10}$)を同定した場合について、ノイズが5%含まれる場合と、含まれない場合の解の精度を比較した。なお、ノイズは帯域幅が0.1～20.0Hzの有帯域ホワイトノイズとし、各質点の加速度時刻歴のrms値を基準として、それらの5%のrms振幅をもつように設定した。図-3、図-4はそれぞれ、平滑化を行わない場合と平滑化バンド幅1.0Hzで平滑化した場合の同定結果である。図-2、図-3及び図-4の比較より、観測記録にノイズが含まれる場合、解の精度が劣化することがわかる。しかし、平滑化を行うことによりノイズの影響が低減され、解の精度が改善されることがわかる。

4. おわりに 本研究では、線形多自由度系の部分同定法を開発し、その有効性を検討した。その結果、本研究で開発した部分同定法を用いることにより、線形多自由度系のある部分に含まれるパラメータのみを精度よく同定できること、観測記録に含まれるノイズは解の精度を劣化させるが、平滑化を行うことにより解の精度が改善されることが分かった。

5. 参考文献 (1) 沢田・辻原：線形多自由度系同定問題における改良SLP法の開発，第2回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集，pp.105-110，1991年。

(2) W. C. Oreta, T. Tanabe: Localized Identification of Structures by Kalman Filter, Proc. of JSCE, No. 459/I-22, pp. 19-27, 1993.

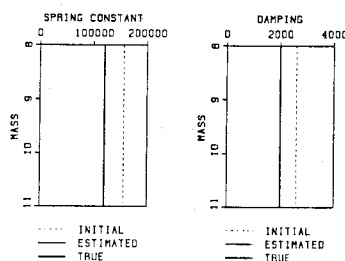


図-2 同定結果 (ノイズ0%)

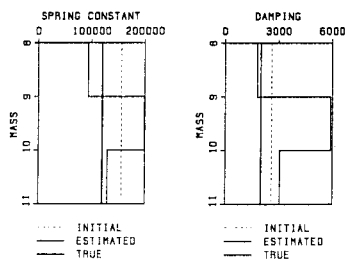


図-3 同定結果 (ノイズ5%, 平滑化なし)

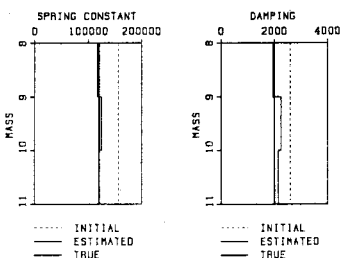


図-4 同定結果 (ノイズ5%, 平滑化1.0Hz)