境界型動的非線形問題のＢＥＭ解析

岡山県　正員　○　小野正博
岡山大学工学部　正員　廣瀬壮一

1. はじめに　従来、境界要素法は非線形問題には適さないとされてきた。一般に非線形問題に対する境界積分方程式は領域積分を含む形でしか定式化できず、有限要素法などと同様に領域を分割して解析を行わなければならない。したがって、境界要素法の長所を十分に生かせないのである。しかし、ここで取り扱う境界型非線形問題では非線形性が境界条件にのみ含まれるので積分方程式の定式化は線形問題の場合と同様に行うことができる。これにより境界要素法の長所を損なうことなく非線形問題の解析を行うことができる。本研究では、インターフェースでの剥離現象をモデル化した非線形バネ結合問題とクラック面での接触を考慮した散乱問題について解析を行い、それぞれの問題の動的挙動について考察を加えた。

2. 境界積分方程式の構成　図1に示すような境界∂Dで接している2つの領域D、D^cにおける散乱問題について考える。このとき、それぞれの領域での境界積分方程式は次のようにマトリックス表示できる。

$$\begin{aligned} &\bigcirc\ \text{領域}\,D\,\text{について} \quad [\boldsymbol{T}]*\{\boldsymbol{u}\}-[\boldsymbol{U}]*\{\boldsymbol{t}\}=\{\boldsymbol{u}^{in}\} \\ &\bigcirc\ \text{領域}\,D^c\,\text{について} \quad [\boldsymbol{T}^c]*\{\boldsymbol{u}^c\}-[\boldsymbol{U}^c]*\{\boldsymbol{t}^c\}=\{\boldsymbol{0}\} \end{aligned} \tag{1}$$

ここに、$\boldsymbol{U}$、$\boldsymbol{T}$はそれぞれ一重層ポテンシャル、二重層ポテンシャルである。また、上付き添字cは領域D^cに関する境界量であることを示し、入射波は領域Dにのみ存在するものとする。式(1)に境界条件を与えることで個々の問題に対する方程式系を組み立てる。

__非線形バネ結合問題__　境界∂Dに図2で表されるような完全弾塑性挙動を示す非線形バネを連続的に分布させる。ここでt_{cr}はバネの降伏応力であり、バネ定数$\boldsymbol{k}$はインターフェースでの変位差によって変化することに留意されたい。バネの線形･非線形状態での境界条件と方程式系を以下に示す。

［線形バネ］

境界条件　$\boldsymbol{t}=-\boldsymbol{t}^c=\boldsymbol{k}\cdot(\boldsymbol{u}^c-\boldsymbol{u})$

方程式系
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{T}+\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{k} & -\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{k} \\ -\boldsymbol{U}^c\cdot\boldsymbol{k} & \boldsymbol{T}^c+\boldsymbol{U}^c\cdot\boldsymbol{k} \end{bmatrix}*\begin{Bmatrix} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{u}^c \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \boldsymbol{u}^{in} \\ \boldsymbol{0} \end{Bmatrix}$$

［非線形バネ］

境界条件　$\boldsymbol{t}=-\boldsymbol{t}^c=\boldsymbol{t}_{cr}$

方程式系
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{T} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{T}^c \end{bmatrix}*\begin{Bmatrix} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{u}^c \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \boldsymbol{u}^{in}+\boldsymbol{U}*\boldsymbol{t}_{cr} \\ \boldsymbol{0}-\boldsymbol{U}^c*\boldsymbol{t}_{cr} \end{Bmatrix} \tag{2}$$

実際の計算ではバネの状態によってどちらかの方程式を選択し、全体系の方程式系を組み立てる。そして全要素において線形・非線形状態が一定になるまで収束計算を行う。

__接触問題__　ここでは接触条件として図3に示すようにSeparation、Stick Contact、Slip Contactの3つの状態を考えた。図3において各状態の破線で囲んだ条件は与えられる境界条件であり、括弧で囲まれた条件は制約条件である。制約条件を満足しない場合には他の境界条件へ移動し、各時間ステップごとに全要素で境界条件と制約条件を満足するように収束計算を行う。

3. 解析結果　非線形バネ結合問題の一例として、図4(a)に示すような2次元半無限地盤-構造系モデルの動的解析を行った。解析に用いたパラメータは要素長$(\Delta x/a)=0.1$、時間ステップ幅$(c_T\Delta t/a)=0.1$、ポアソン比$(\nu)=0.25$(領域D、D^c共に同じ材料定数を持つ)であり、波形がsin関数で振幅Aの平面縦波を$\theta=0^\circ$で入射させた。また、非線形バネに関しては、単位長さ当りのバネ定数(ak/μ)を1.0、降伏応力を1.0として、領域DとD^cのインターフェースに分布させている。図5(a)、(b)は原点における法線方向の表面力と変位の経時変化を線形バネの結果と共に示したものである。降伏応力でバネが降伏して、それに伴って変位が線形バネの結果よりも大きくなっている。

接触問題の一例として図4(b)に示すような無限体中の接触き裂の動的解析を行った。要素長や時間ステップ幅等のパラメータは非線形バネ結合問題の場合と同じであるが、入射角を$\theta=30^\circ$とし、き裂面での摩擦係数を$\gamma=0.4$として解析を行った。図6(a)、(b)はき裂境界上での法線方向変位と表面力を示しており、法線方向変位が0の時、つまり接触時には鋭いピークを持つ法線方向表面力が発生している。

紙面の都合上、一部の解析例しか紹介できないが、境界型非線形問題に対する境界要素法の有用性と妥当性を示すことができた。詳しくは当日発表する。

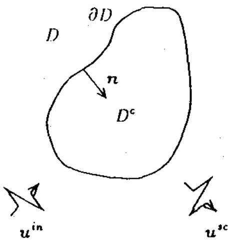
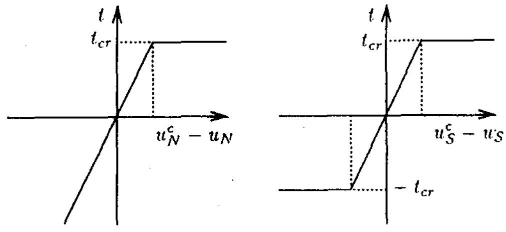


図 1: 散乱問題.



(a) 法線方向、 (b) 接線方向.

図 2: 非線形バネの特性.

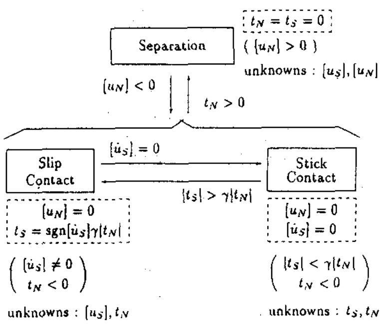
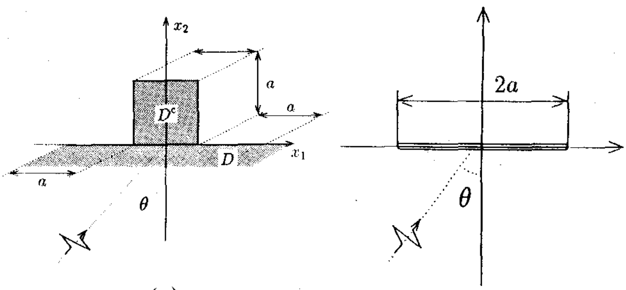
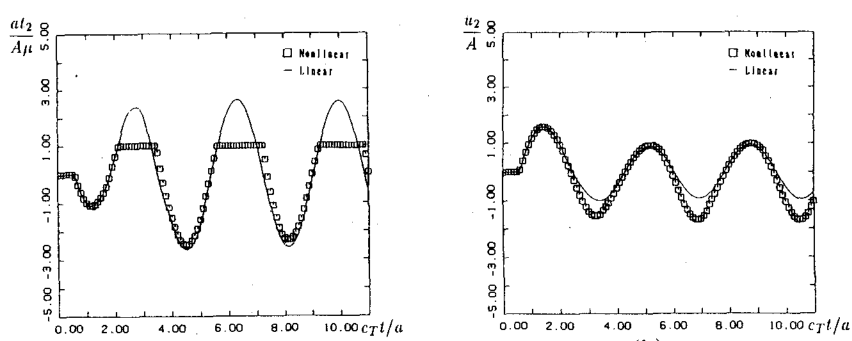


図 3: 接触条件.



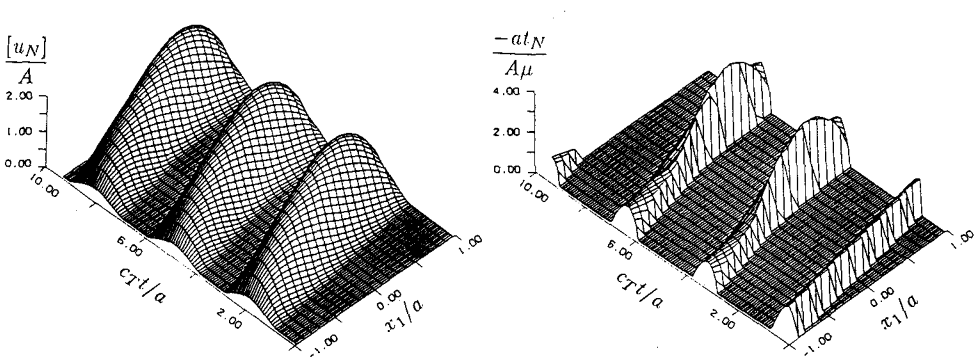
(a) (b)

図 4: 解析モデル.



(a) (b)

図 5: 原点での (a) 表面力 t_2 と (b) 変位 u_2 の経時変化.



(a) (b)

図 6: クラック面上での法線方向の (a) 開口変位と (b) 表面力の経時変化.