技術革新を内生化した動的I－Oモデルに関する基礎的研究

鳥取大学大学院　学生員　○宮地　賢治
鳥取大学工学部　正会員　小林　潔司
鳥取大学工学部　学生員　追田　一喜

1. はじめに

Leontieffが開発した伝統的な動的I－Oモデルでは投入係数、資本係数が固定されるため、企業のR＆D行動による技術革新の結果生じる産業連関構造の変動を十分に表すことができない。本研究では、投入係数、資本係数が企業の長期的行動であるR＆D行動の結果として各期ごとに決定されるメカニズムについて考察する。具体的には、企業の長期的なR＆D・投資行動を分析するための長期動学モデルを定式化するとともに、企業の最適化行動の結果として産業連関表の投入係数、資本係数が決定されるメカニズムに関して理論的に考察する。企業の最適化行動のもとで生じる技術革新を内生化し、各期ごとに投入係数、資本係数が更新されるような動的I－Oモデルを提案する。

2. 研究枠組み

伝統的な動的I－Oモデルの拡張が森嶋、Solowらによってなされた。投入係数、資本係数が時間に伴い変化するとき中間財投入量の均衡方程式と、その双対関係にある価格の均衡方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}(t+1) &= \boldsymbol{B}^{-1}(t)[\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}(t)+\boldsymbol{B}(t)]\boldsymbol{X}(t) \\ &\quad -\boldsymbol{B}^{-1}(t)\bar{\boldsymbol{C}}(t) \qquad (1) \\ \boldsymbol{p}(t+1) &= (1+\rho(t))\boldsymbol{p}(t)'[\boldsymbol{E}+(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}(t))\boldsymbol{B}^{-1}(t)]^{-1} \\ &\quad +\boldsymbol{W}(t) \qquad (2) \end{aligned}$$

ただし、$\boldsymbol{X}$:中間財投入量、$\boldsymbol{p}$:価格、$\boldsymbol{A}$:投入係数、$\boldsymbol{B}$:資本係数、$\bar{\boldsymbol{C}}$:最終需要、$\boldsymbol{W}$:付加価値、ρ:市場利子率、$\boldsymbol{E}$:単位行列である。本研究で取り扱う動的モデルは伝統的な動的I－Oモデルの基本構造を踏襲している。しかし、伝統的なモデルとの重要な相違は係数行列が固定されず、時系列的に変化するということである。これらの係数行列の変化は一般に以下のように表現することができる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A}(t+1) &= F_A(\boldsymbol{p}(t+1),\rho(t+1),\boldsymbol{B}(t+1);\zeta(t),\boldsymbol{\Omega}(t)) \\ \boldsymbol{B}(t+1) &= F_B(\boldsymbol{p}(t),\rho(t),\boldsymbol{B}(t);\zeta(t),\boldsymbol{\Omega}(t)) \end{aligned}$$

ただし、ζ:社会資本の蓄積量、$\boldsymbol{\Omega}$:知識の社会的蓄積量である。上式を技術革新関数と呼ぶ。

3. 技術革新に関するミクロ経済分析

任意の時点τにおける企業の投資・研究開発行動は長期的な費用最小化を目的とする最適制御問題として次式のように定式化できる。

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{I}(t),\boldsymbol{J}(t)} \int_{\tau}^{\infty} & [C(\boldsymbol{p};\boldsymbol{K}(t)',\boldsymbol{G}(t)',\boldsymbol{I}(t)',\boldsymbol{J}(t)',Y) \\ & +\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{K}(t)+\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{G}(t)]\exp\{-\rho(t-\tau)\}dt \\ \text{subject to} \quad \dot{\boldsymbol{K}}(t) &= \boldsymbol{I}(t)-\boldsymbol{\delta}_K\boldsymbol{K}(t) \qquad (t\geq\tau) \\ \dot{\boldsymbol{G}}(t) &= \boldsymbol{J}(t)-\boldsymbol{\delta}_G\boldsymbol{G}(t) \qquad (t\geq\tau) \\ \boldsymbol{K}(\tau) &= \bar{\boldsymbol{K}} \\ \boldsymbol{G}(\tau) &= \bar{\boldsymbol{G}} \end{aligned}$$

ここで、この問題の最適値関数Vを次式のように定義する。

$$\begin{aligned} & V(\bar{\boldsymbol{K}},\bar{\boldsymbol{G}},\boldsymbol{p},\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\theta},Y) \\ &= \int_{\tau}^{\infty}[C(\boldsymbol{p},\boldsymbol{K}^*(t),\boldsymbol{G}^*(t),\boldsymbol{I}^*(t),\boldsymbol{J}^*(t),Y) \\ &+ \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{K}^*(t)+\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{G}^*(t)\exp\{-\rho(t-\tau)\}dt] \qquad (3) \end{aligned}$$

ただし、添字 $*$は最適解を表す。$\boldsymbol{K}$:企業の物的準固定要素の蓄積量、$\boldsymbol{G}$:知識資源の蓄積量、$\boldsymbol{I}$:物的投資量、$\boldsymbol{J}$:知識生産量、ω:資本財のサービス価格、$\boldsymbol{\theta}$:知識財のサービス価格、ρ:市場利子率、$\boldsymbol{\delta}$:資本及び知識の減耗率である。また、Cは費用関数であり、調整費用を考慮するため$\boldsymbol{I}$、$\boldsymbol{J}$が含まれている。この時、Hamilton=Jacobi方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \rho V(\bar{\boldsymbol{K}},\bar{\boldsymbol{G}};\boldsymbol{p},\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\theta},Y) &= C(\boldsymbol{K}^*,\boldsymbol{G}^*,\boldsymbol{I}^*,\boldsymbol{J}^*,Y) \\ &+\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{K}^*+\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{G}^*+\boldsymbol{V}_K\dot{\boldsymbol{K}}+\boldsymbol{V}_G\dot{\boldsymbol{G}} \qquad (4) \end{aligned}$$

ここで、式(4)を資本財サービス価格ω、知識財サービス価格θでそれぞれ偏微分することにより投資需要関数、R＆D需要関数が次式のように求まる。

$$\rho\boldsymbol{V}_\omega = \boldsymbol{K}+\boldsymbol{V}_{K\omega}\dot{\boldsymbol{K}}+\boldsymbol{V}_{G\omega}\dot{\boldsymbol{G}} \qquad (5)$$

$$\rho\boldsymbol{V}_\theta = \boldsymbol{G}+\boldsymbol{V}_{K\theta}\dot{\boldsymbol{K}}+\boldsymbol{V}_{G\theta}\dot{\boldsymbol{G}} \qquad (6)$$

ここで、$\boldsymbol{\Phi}=[\boldsymbol{V}_\omega',\boldsymbol{V}_\theta']'$, $\boldsymbol{\nu}=[\boldsymbol{K}',\boldsymbol{G}']'$, $\dot{\boldsymbol{\nu}}=[\dot{\boldsymbol{K}}',\dot{\boldsymbol{G}}']'$,

$\mu = [\omega, \theta]$, 行列

$$\Psi = \begin{bmatrix} V_{K\omega} & V_{G\omega} \\ V_{K\theta} & V_{G\theta} \end{bmatrix}$$

を導入すると、投資需要関数、R＆D需要関数は次式のように表すことができる。

$$\rho\Phi = \nu + \Psi\dot{\nu} \tag{7}$$

よって、企業の最適な投資・R＆D行動は、次式のようになる。

$$\dot{\nu} = \Psi^{-1}(\rho\Phi - \nu) \tag{8}$$

また、費用関数が式(5)から次式のように得られる。

$$C(K, G, I^*, J^*; Y) = \rho V(K, G, p, \omega, \theta, Y) - \mu\nu - R\dot{\nu} \tag{9}$$

ただし、$R = [V_K, V_G]$ である。ここで、Shepard のレンマより費用関数の価格に関する導関数として中間財投入量が次式のように表される。

$$X = \partial C(p, \omega, \theta, K, G, I^*, J^*, Y)/\partial p = \rho\partial V/\partial p - \partial v'\nu/\partial p + \partial R\dot{\nu} \tag{10}$$

ただし、$v = [\mu, p, p_{n+1}]'$（ p_{n+1} は賃金率）、$\nu = [K', G']'$である。

4. 数値計算事例

本研究では次式のようにフレキシブル関数を用いて次式のように最適値関数 Vを特定化した。

$$\rho V = \frac{1}{2}a_0 Y + \frac{1}{2}v'\Xi v Y + \rho(v'\Theta + \iota')\nu + (v'\Theta\zeta + b_0)\Omega Y + v'\Theta\pi Y \tag{11}$$

ただし、a_0、b_0はスカラー、ι、π、ζは定数ベクトル、Θ、Ξは定数行列である。ζは知識伝播の容易性を表す。このとき、式(9)を導出し、さらに差分近似を行うことによって次式を得る。

$$\nu(t+1) = \beta_0 Y(t) + A_1\mu(t)Y(t) + A_2\nu(t) + A_3\zeta(t)\Omega(t) \tag{12}$$

また、式(11)より、中間財需要関数は

$$X(t+1) = \alpha_0 Y(t+1) + \Gamma_1 p(t+1)Y(t+1) + \rho\Gamma_2\nu(t+1) + \Gamma_3\zeta(t+1)\Omega(t+1)Y(t+1) \tag{13}$$

となる。ただし、A_1、A_2、A_3、Γ_1、Γ_2、Γ_3はΘ、Ξ、ρ、p_{n+1}によって与えられる定数である。さらに、式(12)、(13)を生産水準で除することによって投入係数、資本係数を次式のように得る。

$$\alpha(t+1) = \alpha_0 + \Gamma_1 p(t+1) + \Gamma_2\beta(t+1) + \Gamma_3\zeta(t+1)\Omega(t+1) \tag{14}$$

$$\beta(t+1) = \beta_0 + A_1\mu(t) + A_2\beta(t) + A_3\zeta(t)\Omega(t) \tag{15}$$

式(1),(2),(15),(16)によって可変的な投入係数、資本係数をもつ動的I－Oモデルが表される。

4. 資本係数と価格の推移

数値実験の結果を図－1，図－2に示す。図－1は資本係数の時系列的変化を図－2は価格の推移を表す。図－1に示すように資本係数の各要素は時間に伴って減少し、定常状態を示す行列に急速に収束している。すなわち、資本要素を節約する方向に技術革新が進展していることが分かる。ここで、資本係数の要素b_{ij}はi財の産出1単位に必要な資本ストックを意味し、b_{ij}の値が長期的に低減していることは技術革新の結果、より少ない資本ストックによって財の生産が可能になったことを示している。また、図－2により価格が時間に伴い単調減少することが分かる。さらに、各産業部門の生産費用の減少が生産要素需要の減少によって実現する。以上の分析結果から、技術革新による各産業の生産生の向上、及び生産費用の低減が本研究のモデルによって表現されていると考えることができる。

5. おわりに

数値実験により、投入係数、資本係数が減少し、さらに一定値に漸近することが分かった。これは技術革新による生産性の向上を意味する。また、生産要素価格が単調減少することが分かった。以上の結果から本研究で提案した動的I－Oモデルが技術革新の結果として実現する産業連関構造の長期的変化、生産費用の減少過程を表現しうることが明らかとなった。

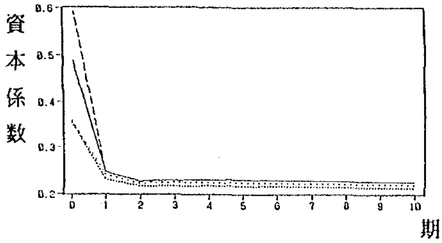

図-1　資本係数の推移

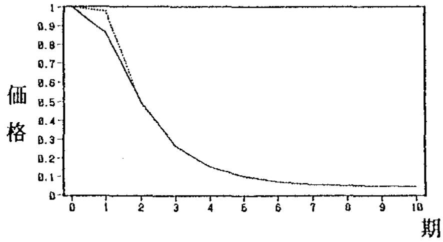

図-2　価格の推移