

不連続面を含む流動要素法解析手順の開発

鳥取大学大学院○高山 伸介 鳥取大学工学部 木山 英郎
鳥取大学工学部 藤村 尚 鳥取大学工学部 西村 強

1. はじめに

流動要素法 (Flow-Element-Method, FLEM と呼ぶことにする) とは、DEM の基本となっている運動方程式の陽形式時間差分による逐次解法を活かして、各要素の自由な大変形を許しながら要素間の連続性を保持し、全体としての大変形から流動までを解析できる手法である。本研究では開口、要素の分離を含む問題への適用を想定して基本的なモデル化、プログラム化を行っている。

2. 解析手順の概要

図1に示すように面ABに沿って開口、要素の分離が起こるものと仮定して、基本的な解析手順について述べる。ただし、面ABは不連続面として最初から存在しているものではなく、開口・分離は、応力集中等による降伏・破壊に伴い生じるものとする。まず、要素が分離した後のことを考慮して、図1のように面ABを境に下の要素を構成する節点番号と、上の要素を構成する節点番号を付す。これらの節点に付される質量あるいは生ずる節点力は所属要素からのみの値であるが、開口・分離前には、対となる節点は1つの節点であると認識し、質量、節点力とも加え合わせたのち運動方程式に用いる。たとえば、節点 m, p について示すと、

$$\text{質量: } m = m_m + m_p \quad (1)$$

$$\text{節点力: } F_x = F_{xm} + F_{xp}, \quad F_y = F_{ym} + F_{yp} \quad (2)$$

$$\text{運動方程式: } m \ddot{u} + \eta \dot{u} + F_x = m g_x + \bar{f}_x, \quad m \ddot{v} + \eta \dot{v} + F_y = m g_y + \bar{f}_y \quad (3)$$

ここに $(\bar{f}_x, \bar{f}_y)$ は節点に直接作用する外力である。これを差分表示し、逐次解く過程は従来と同様である。

破壊判定を行うには節点上の応力を求めることが必要となるが、直接求めることは困難であるので、所属する要素内の当該節点に極めて近い点での応力値 $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ を求め、その平均値をもって、その節点上の応力として代用する。これらを用いて主応力表示したのち、Mohr-Coulomb の規準により判定を行う。

$$f_s = \{2c \cdot \cos \phi + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi\} / (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (4)$$

分離後は、節点ごとに運動方程式が適用されることになるが、新たに図2のような辺-節点接触に伴う接触力計算が加わる。この過程はDEMにおけるものと同様であり、まず、図2のように全体座標系 (X, Y) から節点 n を原点とする局所座標系 (X', Y') に変換する。

$$\begin{Bmatrix} x_p' \\ y_p' \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} x_p - x_n \\ y_p - y_n \end{Bmatrix} \quad \text{ここに, } [T] = \begin{Bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{Bmatrix} \quad (5)$$

節点 p の辺 mn への接触条件は、次のようになる。

$$0 \leq x_p' \leq x_m', \quad y_p' \geq 0 \quad (6)$$

つぎに、接触点 (x_p', y_p') における接触相対変位を求めることが必要となる。(5) 式と同様に節点 p, m, n の変位増分を局所座標系へ変換する。点 (x_p', y_p') における辺の変位増分 $(\Delta u_{cmn}', \Delta v_{cmn}')$ を図2のように接触点の内分比によって次のように求める。

$$\begin{aligned} \Delta u_{cmn}' &= (x_p' / x_m') \Delta u_m' + \{(x_m' - x_p') / x_m'\} \Delta u_n' \\ \Delta v_{cmn}' &= (x_p' / x_m') \Delta v_m' + \{(x_m' - x_p') / x_m'\} \Delta v_n' \end{aligned} \quad (7)$$

以上より接触点での接触相対変位 $(\Delta u_c', \Delta v_c')$ は、

$$\Delta u_c' = \Delta u_p' - \Delta u_{cmn}', \quad \Delta v_c' = \Delta v_p' - \Delta v_{cmn}' \quad (8)$$

となる。接触剛性係数 K_n, K_s を用いて、接触力増分 $(\Delta f_n, \Delta f_s)$ が求まる。

$$\Delta f_n = K_n \Delta u_c', \quad \Delta f_s = K_s \Delta v_c' \quad (9)$$

($\Delta f_n, \Delta f_s$) は全体座標系へ変換ののち、

$$[\Delta f_{xp}, \Delta f_{yp}]^T = [T^{-1}] [\Delta f_n, \Delta f_s]^T \quad (10)$$

辺mnに対しては、さきほどの内分比により、節点m, nに振り分けられる。

$$\Delta f_{xm} = (x_p' / x_m') \Delta f_{xp}, \quad \Delta f_{ym} = (x_p' / x_m') \Delta f_{yp} \quad (11)$$

$$\Delta f_{xn} = \{(x_m' - x_p') / x_m'\} \Delta f_{xp}, \quad \Delta f_{yn} = \{(x_m' - x_p') / x_m'\} \Delta f_{yp} \quad (12)$$

節点m, n, pでの節点力に考慮され、それぞれの運動方程式に用いられる。

$$F_{xm} = F_{xm} + \Delta f_{xm}, \quad F_{ym} = F_{ym} + \Delta f_{ym} \quad (13)$$

$$F_{xn} = F_{xn} + \Delta f_{xn}, \quad F_{yn} = F_{yn} + \Delta f_{yn} \quad (14)$$

$$F_{xp} = F_{xp} - \Delta f_{xp}, \quad F_{yp} = F_{yp} - \Delta f_{yp} \quad (15)$$

3. 解析例

図3は本研究の解析モデルである。まず、等分布荷重 $q=100\rho$ gf/cm²を載荷し、釣り合い状態を求めた後、節点a, b, c (ただし、節点cは上の要素を構成する節点) にX方向に $d=1\text{cm/sec}$ なる速度で強制変位を与えた。表1は今回用いた解析定数である。 k_n, k_s は、表中の E, ν, ρ 等をもとに、従来実施してきたDEM解析と同様に求めたものである。図4は $t=1\text{sec}$ 、強制変位 $d=1\text{cm}$ の時の変位図である。これより、破壊、分離後節点がそれぞれ移動する段階までは達成できたと思われる。

表1 解析定数

ヤング率	$E=100 \text{ Kg/cm}^2 (9.8 \times 10^3 \text{ Kpa})$
密度	$\rho=2.5 \text{ g/cm}^3$
ポアソン比	$\nu=0.3$
接触剛性係数	$k_n=6210 \text{ cm}^2$ $k_s=1552 \text{ cm}^2$
粘着力	$c=100 \text{ gf/cm}^2$
内部摩擦角	$\phi=30^\circ$
時間増分	$\Delta t=1.0 \times 10^{-4} \text{ sec}$

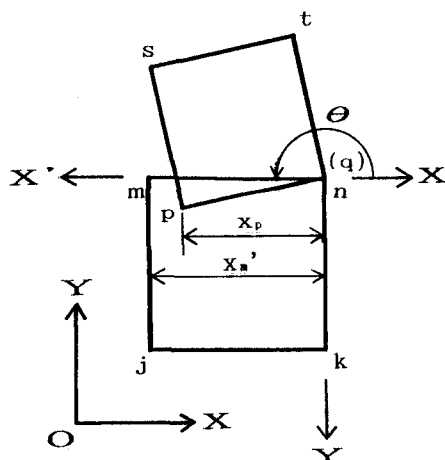


図2 要素の接触例

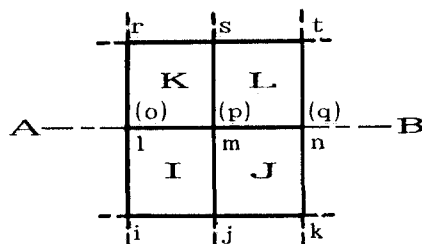


図1 要素と節点番号

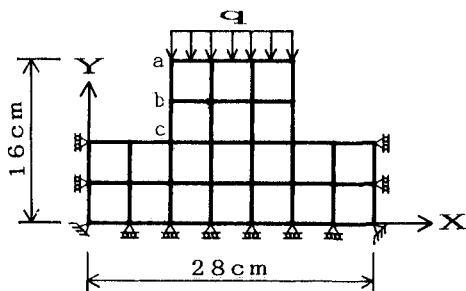


図3 解析モデル

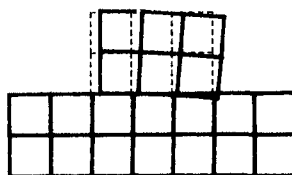


図4 変位図 (d=1cm)