分割法による円形すべり解析の積分からの考察

ロッツ建設技術研究所 正会員 今井芳雄

§1.前言 分割法で決定する円形すべり面位置をどう選択するかに当り円弧にかこまれた図形の重心は積分により厳密に決定しうるものでこれを基本にすべり円の安全率増減の過程の基本的性質を明らかにしようとするものである

§2. 滑動moment, すべりまさつ抵抗momentの積分

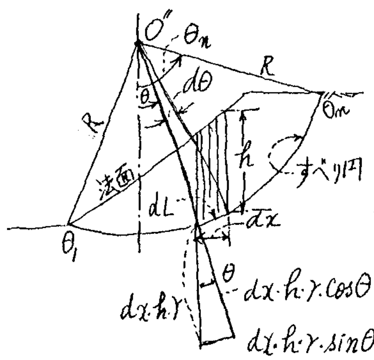

Figure 2.1

$R\cdot d\theta = dL \quad \therefore dx = dL\cdot\cos\theta = R\cdot d\theta\cdot\cos\theta \cdots (2.1)$

土の単位体積の重量をγとする

$$\text{分割滑動moment} = (dx\cdot h\cdot\gamma)\sin\theta\cdot R = R^2\cdot h\cdot\gamma\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta\cdot d\theta \qquad (2.2)$$

$$\text{分割すべりまさつ抵抗moment} = [\{(R\cdot d\theta\cdot\cos\theta\cdot h\cdot\gamma)\cos\theta\}\times\tan\phi]\times R = R^2\cdot h\cdot\gamma\cdot\tan\phi\cdot\cos^2\theta\cdot d\theta \cdots\cdots (2.3)$$

(2.2), (2.3)式の変化の基本は $\sin\theta\times\cos\theta\cdot d\theta$, $\tan\phi\cdot\cos^2\theta\cdot d\theta$ である (Figure 2.2)

$$\text{滑動momentの全量} = R^2\times\int_{\theta=\theta_1}^{\theta=\theta_n} h\cdot\gamma\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta\cdot d\theta \cdots (2.4)$$

$$\text{すべりまさつ抵抗moment} = R^2\times\int_{\theta=\theta_1}^{\theta=\theta_n} h\cdot\gamma\cdot\tan\phi\cdot\cos^2\theta\, d\theta \cdots\cdots (2.5)$$

θ_1, θ_n 点では h=zero である

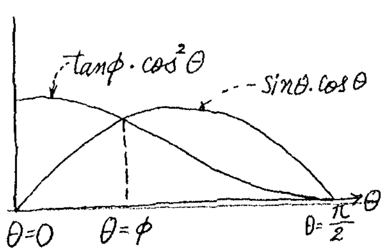

Figure 2.2

§3. moment量の変化

$\tan\phi\times\cos^2\theta$ のcurveと $\sin\theta\times\cos\theta$ のcurveは途中1回だけ交わる. $\theta=\phi$ の点では

$h\cdot\gamma\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta = h\cdot\gamma\cdot\sin\phi\cdot\cos\phi$, $h\cdot\gamma\cdot\tan\phi\cdot\cos^2\theta = h\cdot\gamma\cdot\tan\phi\cdot\cos^2\phi = h\cdot\gamma\cdot\sin\phi\cdot\cos\phi$

$\therefore R^2\times\int_{\theta=\phi}^{\theta=\theta_n} h\cdot\gamma\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta\cdot d\theta > R^2\times\int_{\theta=\phi}^{\theta=\theta_n} h\cdot\gamma\cdot\tan\phi\cdot\cos^2\theta\cdot d\theta$ 即ち $\theta=\phi$ より大きい

部分では常に滑動momentが卓越する. $\theta=\frac{\pi}{4}$ 点で $h\cdot\gamma$ が最大であれば積分(2.4)式は最大になる要素の1つを満たす

§4. 単位体積重量の変化と必要粘着抵抗

$$\text{すべり円の安全率} = \frac{\text{粘着抵抗moment} + \text{すべりまさつ抵抗moment}}{\text{滑動moment}} = \frac{R\times\int_{\theta=\theta_1}^{\theta=\theta_n} C\cdot R\cdot d\theta + \int_{\theta=\theta_1}^{\theta=\theta_n} h\cdot\gamma\cdot\tan\phi\cdot\cos^2\theta\cdot d\theta}{-R^2\times\int_{\theta=\theta_1}^{\theta=\theta_0} h\cdot\gamma\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta\cdot d\theta + R^2\times\int_{\theta=\theta_0}^{\theta=\theta_n} h\cdot\gamma\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta\cdot d\theta} \quad \cdots\cdots (4.1)$$

もし単位体積重量γがε倍になれば

$$\text{安全率} = \frac{\frac{1}{\varepsilon}\times R\int_{\theta=\theta_1}^{\theta=\theta_n} C\cdot R\cdot d\theta + R^2\int_{\theta=\theta_1}^{\theta=\theta_n} h\cdot\gamma\cdot\tan\phi\cdot\cos^2\theta\cdot d\theta}{-R^2\int_{\theta=0}^{\theta=\theta_1} h\cdot\gamma\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta\cdot d\theta + R^2\int_{\theta=0}^{\theta=\theta_n} h\cdot\gamma\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta\cdot d\theta} \quad \cdots\cdots (4.2)$$

(4.1)式と(4.2)式が等しくなるためには粘着抵抗Cもε倍でなければならぬ

§5 積分実行例

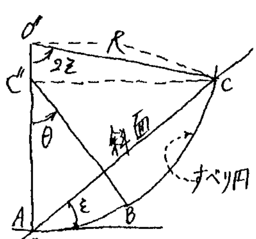

Figure 5.1

Grossを積分で求め扣除分は重心を知って静力学で求める 土の体積C''ABCのGrossについて滑動,すべりまさつ抵抗の両momentを求め これから三角C''ACのもつ両momentを積分無しに重心を知って求め扣除する

$$\text{Gross滑動moment} = R^2\times\int_{\theta=\theta_1=0}^{\theta_n=2\varepsilon}(R\cdot\cos\theta - R\cos 2\varepsilon)\gamma\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta\cdot d\theta$$

$$= R^3\times\gamma\times\left[\frac{1}{3}\left\{-\cos^3\theta_n - (-\cos^3\theta_1)\right\} - \cos\theta_n\times\frac{1}{2}\left\{\sin^2\theta_n - \sin^2\theta_1\right\}\right]$$

ここで数値として$\varepsilon=\tan^{-1}0.7=0.6107$を用いて $= R^3\times\gamma\times 0.169$

扣除三角形分 $= R^3\cdot\gamma\times 0.097$ ∴ net滑動moment $= R^3\cdot\gamma\times 0.072$

$$\text{Grossすべりまさつ抵抗moment} = R^3\cdot\gamma\cdot\tan\phi\int_{\theta=\theta_1=0}^{\theta=2\varepsilon}(\cos\theta - \cos 2\varepsilon)\cos^2\theta\cdot d\theta$$

$$= R^3\cdot\gamma\cdot\tan\phi\left[\left\{\frac{1}{12}\sin 3\times\theta_n + \frac{3}{4}\sin\theta_n\right\} - \left\{\frac{1}{12}\sin 3\times\theta_1 + \frac{3}{4}\sin\theta_1\right\} - \cos\theta_n\left\{\frac{1}{4}\sin 2\times\theta_n + \frac{1}{2}\theta_n - \left(\frac{1}{4}\sin 2\times\theta_1 + \frac{1}{2}\theta_1\right)\right\}\right] = R^3\cdot\gamma\cdot\tan\phi\times 0.399$$

扣除分=三角形C''AC分 $= R^3\cdot\gamma\times\tan\phi\times 0.294$

netすべりまさつ抵抗moment $= R^3\cdot\gamma\cdot\tan\phi\times 0.106$. 両net momentの差 $= R^3\cdot\gamma(\tan\phi\times 0.106 - 0.072)$であって差は明らかに単位体積重量$\gamma$に比例していることがわかる 差が大になる程 同じ安全率を保つために粘着力の増加が必要である. 地層が水平に区分されている時は層毎に積分すればよい

§6. 結言

安全率が最小になるための条件は定性的にすべり円の始点(下方)が$\theta=\phi$より大であればこれに越したる事はない. $\theta=45°$の点で最大の$h\times\gamma$であるようなすべり円をえらぶ. 単位体積重量γの増減は必要粘着力に影きょうを与えるから検討の要がある. すべり円の始点終点間の中心角大なる程 即ち半径Rの小さい程安全率の分母即ち滑動momentがより大となる