

二次元河床変動の数値計算に関する研究

愛媛大学工学部 正 員 鈴木幸一
四国電力(株) 正 員 中廣政之
京都大学大学院 学生員 門田章宏

1. はじめに

従来の流下方向のみを取り扱う一次元河床変動解析に対し、河口部や貯水池の流入部等のように水の流れが横断方向に一様でない水路では、二次元的取り扱いが必要となる。本研究では、その二次元的取り扱いが必要とされる急拡幅水路をモデルにして河床変動数値シミュレーションを行なう。

まず、与えた流量に対して河床面の掃流力を求めるため、平面二次元流速場の計算を行なう。この流速場の計算では、二次元浅水流の基礎式を差分式に直し、数値計算によって流速分布および水面形を求める。次に、得られた掃流力から流砂量を求め、これを二次元河床変動の連続式を差分化したものに代入し、数値計算により河床変動量を求める。最後に、これらの計算結果に対する検討を行なう。

2. 平面二次元流速場の数値解析法

流速場の計算に際して、平面二次元流速場の基礎方程式、すなわち鉛直方向に積分した x 、 y 方向の運動方程式(1)、(2)及び連続式(3)を用いた。

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uM) + \frac{\partial}{\partial y}(vM) = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial M}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \frac{\partial M}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(vN) + \frac{\partial}{\partial x}(uN) = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial N}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \frac{\partial N}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

(u, v : それぞれ x, y 方向流速, h : 水深, H : 水位, $M=uh$, $N=vh$, τ_b : 河床剪断力, ε : 水平渦動粘性係数)

基礎方程式(1)、(2)及び(3)の差分化は、explicitな形で行なっているが、これらの式における移流項・摩擦項は非線形項であるので、差分化には注意を要する。従って、2つの移流項について、それぞれ風上差分法及び輸送される流量フラックス M, N の前後での流速効果が及ぶように変数を配置する差分法¹⁾を用いた。摩擦項に関しては、implicitな形で差分化することにした。また、非定常項に関しては、時間間隔を2ステップ毎にとる leap frog法を用い、渦動粘性項に関しては中心差分を行なった。

次に、差分化による数値計算で重要となる制約条件は、まず上流からの流入量を一定とした上で、壁面における接線方向の流速は考慮し、法線方向の流速は0とした。また、下流端水深については一定とした。

3. 平面二次元河床変動の数値解析法

流砂量の計算は、図-1のように流速ベクトル方向 s とそれに直角な方向 n の流砂量 q_{bs} , q_{bn} を、それぞれ Meyer-Peter&Müller式(4)と、 n 方向の河床勾配を考慮した長谷川の式(5)を用いて算定する²⁾。

$$q_{bs} = 8 \cdot \sqrt{s g d^3} (\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \dots\dots\dots (4)$$

$$q_{bn} = q_{bs} \cdot \left(-\sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \cdot \frac{\partial z}{\partial n} \right) \dots\dots\dots (5)$$

(τ_* : 無次元掃流力, τ_{*c} : 無次元限界掃流力,
 μ_s, μ_k : それぞれ砂の静止及び動摩擦係数)

(4)、(5)式で得た q_{bs} , q_{bn} から、図-1における x, y 方向の流砂量 q_{bx} , q_{by} を(6)、(7)式で算定する。

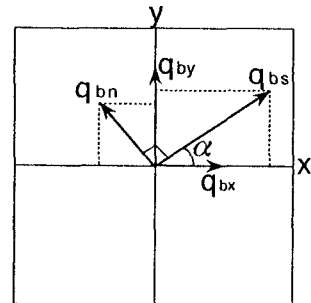


図-1 変数配置図

$$q_{bx} = q_{bs} \cos \alpha - q_{bn} \sin \alpha \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$q_{by} = q_{bs} \sin \alpha + q_{bn} \cos \alpha \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$(\tan \alpha = v/u)$$

流砂量算定の際の制約条件は、まず水路上流端の給砂量とその地点における流砂量を等しくする。即ち、上流端における河床高は不変とする。また、壁面に接する方向の流砂量は考慮し、法線方向の流砂量は0とした。

次に、河床変動量の算定についてであるが、平面二次元流速場における流砂の連続式(8)を差分化したものと、(6)、(7)式より得た q_{bx} 、 q_{by} を用いた。

$$\frac{\partial z}{\partial T} + \frac{1}{1-\lambda} \cdot \left(\frac{\partial q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{by}}{\partial y} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

(λ : 砂の空隙率)

4. 流速場と河床変動の計算結果及び考察

急拡幅水路のサイズは、水路部において幅15cm、長さ75cm、拡幅部において、幅40cm、長さ175cmである。また、初期河床勾配は1/500とした。

差分による計算条件は、 x 、 y 方向の格子間隔をそれぞれ 5cm、2.5cmとし、時間間隔は0.01secとした。また、河床変動計算では(8)式における時間間隔を $\Delta T=6h$ とし、初期状態の流速場の結果を基に $T=6h$ の河床形状を計算するといった具合に順次 $T=24h$ まで計算した。また、流量を 1.0ℓ/sec、下流端水深を 7.5cm とした。

図-2に $T=6h$ と $T=24h$ の計算結果を示す。流速場の計算結果では、拡幅後に剥離領域(逆流域)が発生し、この部分の流速は他の領域に比べて小さい。これは、基礎方程式中において渦動粘性項を付加したためである。また、 $T=24h$ の流速場では主流部において蛇行が見られ、図-2では分からないが、 $T=24h$ における流速場の計算で基準とした前時間STEP($T=18h$)の河床形状が、横断方向に非対称であるためだと思われる。また、下流端中央付近においてマウンドが形成されている。これは、前時間STEPの流速場の計算結果を基にこの河床形状が計算されており、この前時間STEPの流速場の上流端と下流端における速度差のために生じたものであると思われる。

5. おわりに

本研究で、流速が小さい場合には、二次元浅水流速場における河床変動の数値解析が行なえるまでになった。今後、流速の大きな場での解が収束しないという残された問題を解決する必要がある。

参考文献

- 1) 中川 一: 洪水および土砂氾濫災害の危険度評価に関する研究, 京都大学学位論文, 1989.
- 2) 芦田和夫・澤井健二・謝 正倫: 二次元水域における砂州の発達・変動課程に関する研究(3)―三角州の発達・変動課程のシミュレーション―, 京都大学防災研究所年報, 第32号, B-2, pp. 553~570, 1989.

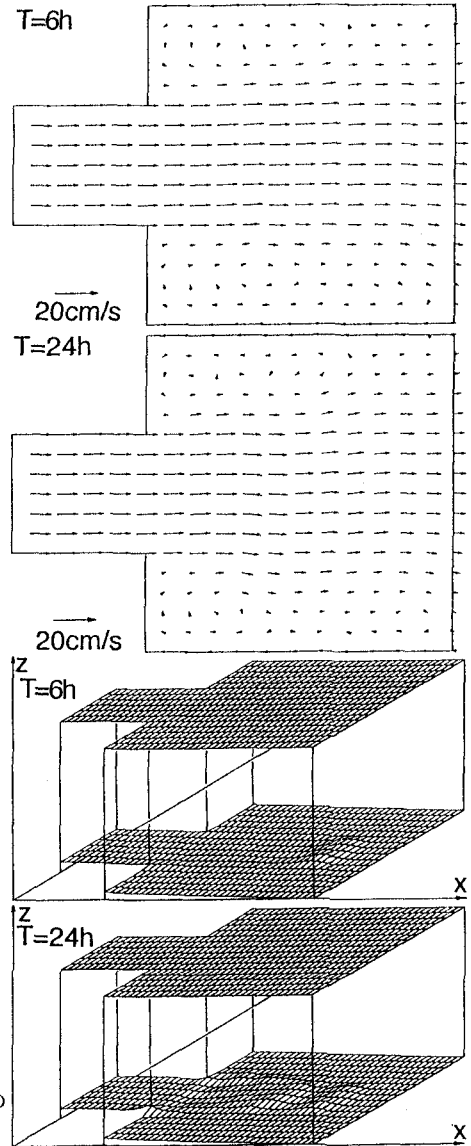


図-2 流速場と水面形及び河床形状