

非定常底層密度流の計算法について

九州大学大学院 学○水 沼 道 博
 山口大学工学部 正 羽田野 袈裟義
 宇部短期大学 正 松 本 治 彦

1. まえがき

前報¹⁾では、自然災害と密接に関連する底層密度流として貯水池内の濁水密度流、斜面下降風（冷気流）、山腹における火山ガスなどの流動を想定し、その非定常流の基礎式を特性曲線網を用いて解析することを試みた。しかしながら、初期条件や境界条件の設定には不十分な点を残していた。今回、初期条件、境界条件について若干の考察を行なったのでここに報告する。

2. 流れ場の設定と解法の概要

図-1のように上層、中層、底層の3層流を考える。斜面の上流側延長線上の適当な位置を原点0とし、図のような座標系を考える。いま何らかの原因で上層と中層の境界に重力波が発生し、このため底層流が時間的・場所的に変動すると考える。上層・中層の内部境界面を $z = \eta(x, t)$ 、底層流の流動厚さを $\delta(s, t)$ 、底層の断面平均流速を $u(x, t)$ とし、底層流を非定常1次元（s方向）問題として取り扱う。簡単のため圧力は各層において静水圧分布にしたがうと仮定し、連行を無視する。

基礎式は底層流の連続式、および運動量の式である。これらを連立させて $u(s, t)$ 、 $\delta(s, t)$ を解く。運動量補正係数を1とおくと、開水路非定常流についてのMassauの方法がそのまま適用できる。すなわち、 $C^2 = \Delta \rho_2 / \rho \cdot g \delta \cos \alpha$ を導入し、 $\tau_i - \tau_b = -\rho (f_i + f_b) |u| u$ とおくと、連続式と運動方程式は式(1)および(2)で表わされる。

$$2 \frac{\partial C}{\partial t} + C \frac{\partial u}{\partial s} + 2u \frac{\partial C}{\partial s} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} + 2C \frac{\partial C}{\partial s} = -\frac{\Delta \rho_1}{\rho} g \frac{\partial \eta}{\partial s} + \frac{\Delta \rho_2}{\rho} g \sin \alpha - \frac{(f_i + f_b) |u| u}{C^2} - \frac{\Delta \rho_2 \cos \alpha}{\rho} = G(u(s, t), C(s, t)) \quad (2)$$

式(1)と(2)の和および差を特性曲線表示すると、

$$\text{特性曲線 } \omega_+ : ds/dt = u + C \text{ 上で } d(u + 2C)/dt = G(u(s, t), C(s, t)) \quad (3)$$

$$\text{特性曲線 } \omega_- : ds/dt = u - C \text{ 上で } d(u - 2C)/dt = G(u(s, t), C(s, t)) \quad (4)$$

式(3)と(4)を適当な初期条件と境界条件のもとに解けば、 $u(s, t)$ 、 $C(s, t)$ を求めることができる。

3. 初期条件・境界条件

開水路の非定常流と同様、初期条件として $u(s, 0)$ と $C(s, 0)$ が必要である。また、境界条件として、一般に常流の場合上流側境界 $s = s_s$ での $u(s_s, t)$ または $C(s_s, t)$ 、そして下流側境界 $s = s_E$ での $u(s_E, t)$ または $C(s_E, t)$ が必要で、射流の場合上流側境界 $s = s_s$ での $u(s_s, t)$ と $C(s_s, t)$ が必要である。なお、開水路定常流では、流量を与えフルード数に応じて水深の境界条件を与えて水面形を求めるが、このことを本解析法と照らし合わせると、上流端で流量（流速）を与えていることがわかる。

さて、ここで対象とする流れでは、流れの状態がある区間では射流である区間では常流という状況が各

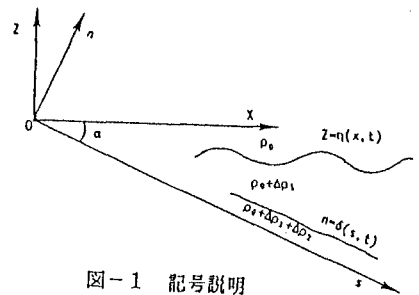


図-1 記号説明

時刻において現われうる。したがって計算上は、上流端を含みその下流部分、および下流端を含みその上流部分の流れが常流・射流のいずれかを各時刻において判定し、対処することが必要である。また、各時刻において、射流・常流の境界点を計算区間内の新たな境界条件地点（境界条件は内部フルード数が1）として計算する。以下、実際に問題となると考えられるいくつかの初期条件・境界条件を検討する。

3. 1 初期設定と初期条件：

初期（ $t=0$ ）において、上層・中層の境界面が水平な状態にあり、底層流の定常状態が実現されており、この状態から境界面に $\eta = A \sin(2\pi t/T) \cos(2\pi s/L) + \eta_s$ の形で重力波が起こるケースを考える。この時、初期条件は、その時の流量が与えられれば開水路と同様フルード数に応じて境界条件を与えることにより C と u の初期分布として設定される。

3. 2 境界条件

上流側・下流側について境界条件を箇条書に示す。

A. 上流側境界条件

- (1) 境界条件地点周辺で常流： $q(t)$ のみ
- (2) 境界条件地点周辺で射流： $q(t) \quad \& \quad Fr=1$ （支配断面；火山ガスのカルデラからの流出）
 $(\delta_c) \rightarrow \delta_{BU}$
 $q(t) \quad \& \quad \delta_{BU}$ （貯水池濁水密度流の潜入）

B. 下流側境界条件

- (1) 底層密度流が底部に蓄積される場合：
 流入による体積増加から下流端流動厚さ $\rightarrow \delta_{BD}$
- (2) 底部への蓄積がなく、急勾配（射流）： 不要
- (3) 底部への蓄積がなく、緩勾配 $\rightarrow$ 急勾配 の変化点： $Fr=1(\delta_c) \rightarrow \delta_{BD}$
 但し、上方の内部波により決定される底層厚（下流端値）が δ_c 以下となる場合には
 特別の検討が必要

4. 計算例

図-2は、空気を対象として、上層、中層、底層の温度を各々 12°C 、 10°C 、 5°C （ $\Delta\rho_1=9\times 10^{-6}\text{g/cm}^3$ 、 $\Delta\rho_2=23\times 10^{-6}\text{g/cm}^3$ ）、 $A=10\text{m}$ 、 $L=1000\text{m}$ 、 $T=10\text{分}$ 、傾斜角 5° （ $I=0.08749$ ）、 $q(t)=1\text{m}^2/\text{s}$ 、初期底層厚 3.3m の場合の計算結果を示す。図中曲線に付した番号は
 1：初期（ $t=0$ 秒）、2： $t=160$ 秒、3： $t=320$ 秒、
 4： $t=480$ 秒、5： $t=640$ 秒における状態を示す。
 なお、下流端での境界条件として、内部境界面の変位に応じて下流端での底層厚を時間的に変化させている。初期内部ジャンプが生じている状態から変形していく様子が示されている。

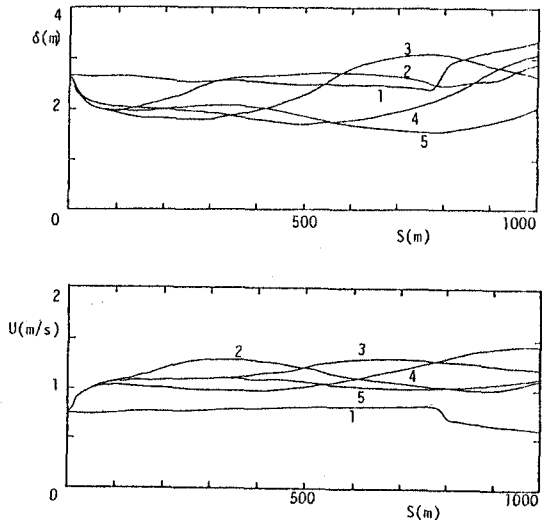


図-2 流動厚さと流速の計算結果

参考文献

- 1) 羽田野・住田：重力波の生じた流体中下部を流動する下層密度流の脈動、第46回土木学会年構、1991。