

流れの遷移を伴う 1 次元河床変動の数値計算

徳島大学工学部 正員 岡部 健士

徳島大学大学院 学生員 ○穴瀬 康雄

1. まえがき

山地河川のように常流・射流の遷移が頻繁に生じる河道の一次元河床変動計算を従来のいわゆる片押し方式で行う場合、不等流計算における支配断面や跳水の処理の曖昧さに起因する不安定が発生し易い。そこで本研究においては流れも非定常とみなし、流れの式と河床変動式を保存形に変形したのち近年不連続現象を含む流れの数値計算法として注目されているMacCormack法で差分計算するプログラムを作成した。そして、河幅と勾配の変化が著しい山地河川を模した河道モデルを用いた実験と比較をし、本法の適合性を検証した。

2. 基礎方程式ならびに計算方法

本文では一様砂床の河床変動について考える。

流れを横流入・横流出のない一次元漸変流とみなしその支配方程式である連続式および運動方程式を保存形で記述すると、それぞれ(1)および(2)式のようにになる。ここに、 t = 時間、 x = 流れ方向の距離、 A = 流積、 Q = 流量、 z = 河床位、 B_b = 河床幅、 P = 断面の合圧力、 i_b = 河床勾配、 i_f = 摩擦勾配、 ρ = 水の密度、 g = 重力加速度である。また、河床変動量を計算するための流砂と河床砂の連続条件式は(3)式のように書かれる。ここに、 q_s = 単位幅流砂量、 λ = 河床の空隙率である。

河床変動計算は、適当な流れの抵抗式と流砂量式を補助方程式として導入したのち、(1)～(3)式を

数値解析することに帰着する。以下その方法について述べるが、記述を簡単にするために、(1)～(3)式を(4)式のようなベクトル形式に書き直しておく。さて、本研究でその適用性を検討したMacCormack法(以下、MC法と略称)は、従来より一般に用いられている2-step Lax-Wendroff法と同様な2段階・陽的差分解法の一環であり、粗い近似を行う“予測子段階”と、この結果を用い、時間STEPを1/2にして近似精度を上げる“修正子段階”とを逐次繰り返すものである。MC法の各段階において用いられる差分方程式を(4)式について記述すると、つぎのようである¹⁾。

$$\text{予測子段階: } U^p_i = U_i - \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_{i+1} - E_i) + \Delta t C_i + V_i \quad (5)$$

$$\text{修正子段階: } U^c_i = \frac{1}{2} \{ (U_i + U^p_i) - \frac{\Delta t}{\Delta x} (E^p_i - E^p_{i-1}) + \Delta t C^p_i + V^p_i \} \quad (6)$$

$$\text{いずれにおいても精度が一次の前進あるいは後退差分が用いられているが、両者を組み合わせた結果の精度は2次となることが保証されている。なお、差分の方向は入れ替わって} \quad D_i = K_u \cdot u_* \cdot h_i (U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}) \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \quad (7)$$

$$\text{予測子段階} \quad V_i = - (D_{i+1} - D_i) \quad (8-a)$$

$$\text{修正子段階} \quad V_i = (D_i - D_{i-1}) \quad (8-b)$$

もよい。両式中の V は、数値不安定の増幅を

押さえるために付加した人工粘性である。人工粘性の与え方としては種々のものが提案されているが、本研究では、(7)式のように定義された、2階空間微係数に比例する量 D を用い²⁾、予測子および修正子の V をそれぞれ(8-a)および(8-b)のように表示した。なお、(7)式中の K_v は経験的に定めるべき係数で、岡部³⁾によれば、1～5程度の範囲とするのが適当のようである。

3. 実験値との比較検討

幅が図-1の上部に示すように大きく変化する深さ0.4mの長方形水路を用い、2種の初期河床が定常流量ならびに下流端水位一定の条件のもとに変形する過程を観測する実験を実施した。紙面の関係で、実験結果を計算結果とともに図-1および2に示している。(水面形と河床縦断形は原点をずらして描いている) case Aは、初期河床がほぼ水平、かつ、流れは全区間において常流で、河床位は狭窄部においてのみ変動(洗掘)している。一方、case Bでは、初期河床が全体として急勾配であるとともに、勾配の場所的变化が大きい。したがって通水時には、下流端からの堰上げの影響も相俟って、流れの遷移が3～4断面で生じるとともに、その位置が河床縦断形の変化に伴って移動している。

計算値と実験値の適合性は、case A, Bともに概ね良好である。なお、河床位の計算結果の一部(下流端付近のデルタ肩)に軽微な振動が認められるが、これは、さらに時間を進めても計算不安定に至るほど増幅しない。

4. あとがき

以上、常流・射流の遷移を伴う一次元河床変動の計算に対して、MacCormack法に基づく数値計算法が有用であることを示した。今後は、混合砂礫床の問題さらには河床の一部に固定床の区間が含まれている場合への拡張を試みるつもりである。

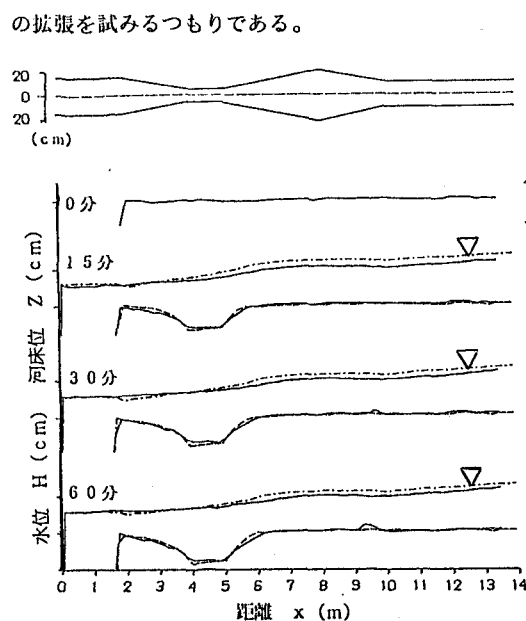


図-1 実験値と計算値の比較 (case A)

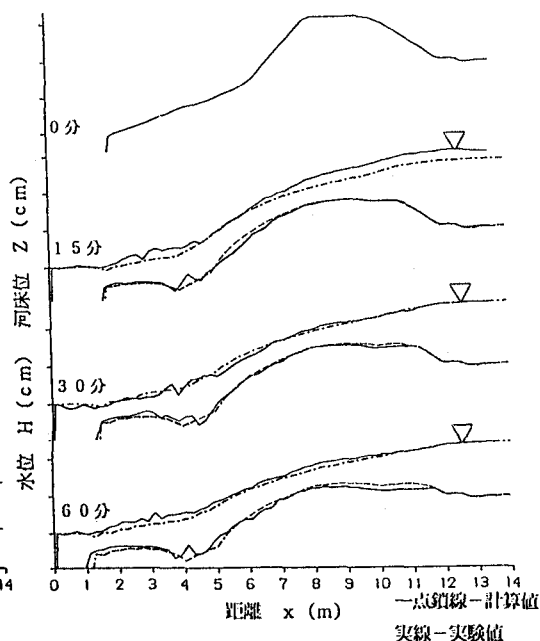


図-2 実験値と計算値の比較 (case B)

□参考文献 □1) Garca-Kawahita: Int. Jour. for Numerical Methods in Fluids, Vol. 6, pp. 259-274, 1986.

2) 日本機械学会編: 流れの数値シミュレーション, コロナ社, 第2章, 1989.

3) 岡部・天羽・石垣: 水工学論文集, 第36巻, pp. 337-342, 1992