

砂粒子の運動が境界層近傍の浮遊砂濃度に及ぼす影響

愛媛大学工学部 正 員 伊福 誠
愛媛大学大学院 学生員 〇住井勝彦
いすゞ自動車(株) 岡森康年

1. はじめに

波動場における砂粒子の輸送について明らかにするには、漂砂量の時空間的変動を詳細に把握することが重要となる。流体中における砂粒子の運動を取り扱った研究は、そのほとんどが速度場が無限領域で一様であると仮定した Tchen(1975)の理論に基づいている。それらの基礎的研究は、流体中における単一粒子の挙動を把握しようとするものである。

伊福(1986)は波動場における浮遊砂濃度や漂砂量に関する数値モデルを構築している。その中で基準点濃度を評価する際に、掃流層内の砂粒子の移動速度は水粒子速度のそれに一致すると仮定している。しかしながら、水粒子速度と砂粒子の速度との間の相対速度は 0 であるという確証はどこにもない。そこで、本研究では伊福のモデルを一步前進させ、浮遊している砂粒子の運動をも考慮して、波の運動によって底面に生じる境界層近傍における漂砂について調べようとするものである。

2. 基礎方程式

鉛直一次元の境界層方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial(u_f - u_b)}{\partial t} = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (1)$$

ここに、 u_f は境界層内における x 方向の流速成分、 u_b は境界層外縁における x 方向の水粒子速度、 ρ_f は流体の密度である。また、式(1)中の摩擦応力は Prandtl の混合距離論により、次式で与えられる。

$$\tau = \rho_f l^2 \frac{\partial u_f}{\partial z} \left| \frac{\partial u_f}{\partial z} \right| \quad (2)$$

ここに、 l は混合距離 ($l = \kappa z$)、 κ はカルマン定数 ($\kappa = 0.4$) である。

速度が時空間的に変動する場合の砂粒子の運動方程式は、Corrsin・Lumley(1956)を援用する。林・大橋(1980)、大本ら(1987)の結果を踏まえ Basset 項を無視するとともに抗力係数の評価について平山(1981)の方法を援用し、揚力について Saffman(1965)の式を援用すると、砂粒子の x 方向、z 方向の運動方程式は次式で与えられる。

$$\left(M + \frac{1}{2}m\right) \frac{du_s}{dt} = m \left\{ \frac{3}{2} \frac{du_f}{dt} - \nu \nabla^2 u_f \right\} - 3\alpha\pi\mu d(u_s - u_f) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \left(M + \frac{1}{2}m\right) \frac{dw_s}{dt} \\ &= m \left\{ \frac{3}{2} \frac{dw_f}{dt} - \nu \nabla^2 w_f + \frac{1}{2} w_0 \frac{\partial w_f}{\partial z} \right\} \\ & - 3\alpha\pi\mu d(w_s - w_f) - g(M - m) \\ & + K\mu d^2 \left(\frac{1}{\nu} \frac{\partial u_f}{\partial z} \right)^{1/2} |u_f - u_s| \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 d は砂粒子の粒径、 u_s 、 w_s は砂粒子の x、z 方向の速度成分、 u_f 、 w_f は流体の x、z 方向の速度成分、 M は砂粒子の質量、 m は砂粒子と同体積の流体の質量、 α 、 K は正の係数である。

粗度長および乱流境界層の厚さの評価法は伊福(1986)を援用する。

沈降速度 w_0 を持つ砂粒子の鉛直一次元の乱流拡散方程式は次式のように与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + w_0 \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_0 \frac{\partial C}{\partial z} \right) + w_0 \frac{\partial C}{\partial z} \quad (5)$$

ここに、 C は砂粒子の濃度、 K_0 は乱流拡散係数である。掃流層内の濃度は伊福(1986)が評価した式を修正し、砂粒子の移動速度を考慮した式で評価する。すなわち、次式で掃流層の濃度を算出する。

$$C_0 = 2P\rho_s d \nabla / 3 \int_{z_0}^{\delta_E} u_f dz \quad (6)$$

ここに、 P は pick-up rate、 δ_E は掃流層の厚さ、 ∇ は掃流層内の砂粒子の速度の断面平均値であり、

$$\nabla = \frac{1}{(\delta_E - z_0)} \int_{z_0}^{\delta_E} u_s dz \quad (7)$$

と表される。

乱流拡散係数は、砂粒子の水平および鉛直方向の速度成分に依存するものを仮定する。

$$K_0 = \gamma \{ l_T u_s^2 + l_L w_s^2 \} / q \quad (8)$$

ここに、 l_T 、 l_L は砂粒子の水平、鉛直方向の速度成分による拡散係数への寄与を表す特性長であり、 $l_L = a l_T$ (a 比例定数)、 $q = (u_s^2 + w_s^2)^{1/2}$ である。

3. 解析結果

境界層内の水粒子、砂粒子の流速分布を図-1に示す。境界層外縁での境界条件として微小振幅波理論で求めた流速を与えた場合である。 t/T が 6 および 6.5 では水粒子と砂粒子の流速分布にほとんど差はないが、他の位相では差が生ずる。なお、Stokes 波を用いた場合にも同様の傾向がみられた。

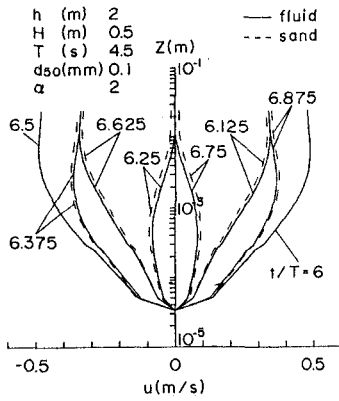


図-1 境界層内の流速分布

境界層外における微小振幅波を対象とした水粒子と砂粒子の鉛直方向の速度を示したのが図-2である。 Z/h が 2.43×10^{-2} 、抗力係数を決定する α の値が2の場合である。両者の間に位相差はみられず、波形もよく似ている。しかしながら、砂粒子速度の波形は水粒子速度のそれよりもシフトダウンしている。

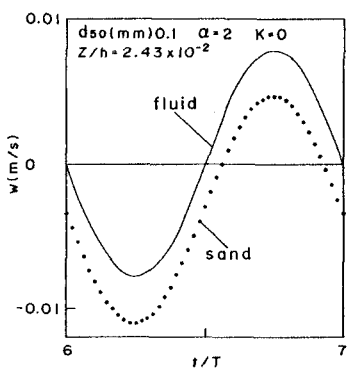


図-2 水粒子と砂粒子の鉛直方向の速度

水粒子と砂粒子の相対速度を微小振幅波を対象とし、 α の値が2の場合について示したのが図-3である。底面からの高さが高いほど波の一周期間での相対速度の振幅が大きいようである。また、波形はどの場合も t/T が 6.5 を中心として左右対称である。

境界層内における濃度の経時変化をStokes波を対象とし、 Z/h が 5.19×10^{-4} 、 α の値が2の場合について示したのが図-4である。ピークが生じる位相は揚力係数を決定する K の値に関わらずほぼ同一であり濃度波形もよく似ている。 K の値が増大するにつれて濃度は低くなっていく。二つのピークがみられるが、第一ピークは第二ピークよりも14 %程度大きい。し

かしながら、微小振幅波を対象とした場合には二つのピークの値はほぼ同一であった。

Stokes波を対象とし α の値が2の場合、漂砂の移動方向が x 軸の正方向と負方向の全漂砂量と K との関係を図-5に示す。 x 軸の正方向および負方向の全漂砂量は、 K が10より大きい場合、 K が増大するにつれて全漂砂量は減少する。また、いずれの場合も x 軸の正方向の全漂砂量は負方向のそれよりも大きい。

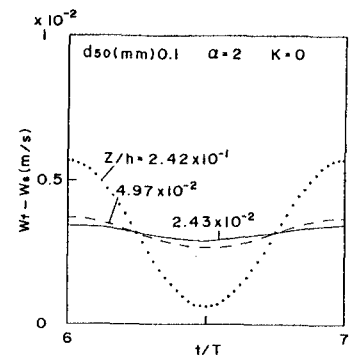


図-3 水粒子と砂粒子の鉛直方向の速度差

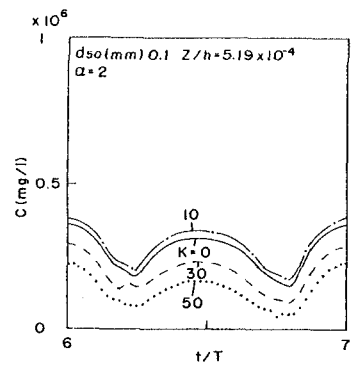


図-4 境界層内の濃度の経時変化

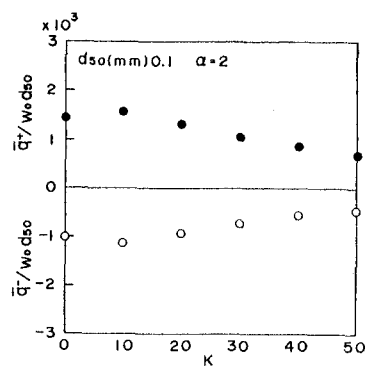


図-5 正方向および負方向の全漂砂量と K との関係