

有限振幅波理論の適用限界の検討

愛媛大学工学部 正員○山口正隆 飛島建設(株) 奥浜貴志

1. まえがき: 一様水深上の有限振幅定形波に対する種々の数値解法が提案されてきたが, そのうち, Rieneker & FentonによるFourier近似理論は2つの自由表面境界条件を満たすように, Fourier級数表示した流れ関数のFourier係数を決定するものであり, 計算原理が明確で精度が高いうえに, FortranによるプログラムがFentonにより公表されている。そこで, 本研究ではFourier近似理論の砕波点近傍における適用可能性を検討するとともに, Stokes波の第5次近似解, 第4次近似解および1パラメータ表示によるクノイド波の第3次近似解による波特性や波平均量をFourier近似理論解と比較することにより, 有限振幅波理論の精度と適用限界を検討する。

2. Fourier近似理論の適用限界: 計算は, 波速の第1定義の条件のもとに半周期間の分割数 N を変えて, H/D (H : 波高, D : 水深) に対する収束限界値 (H/D)。および波の峰における水平水粒子速度 u_c と波速 c との比 u_c/c によりFourier近似理論の適用性を判別する。数値計算における初期値はそれぞれの $T\sqrt{g/D}$ (T : 周期) の値に対し $H/D=0.01$ の場合の微小振幅波理論に基づく値であり, これを次段階の H/D 条件に対する計算の初期値とする。なお, 収束解を得るための計算繰返し回数 n は, $n=9$ とする。これは, $n=18$ とすると (H/D) の値は若干大きくなるが, H/D の値が大きい部分の解が不安定であるうえに, 解が得られる H/D の範囲内では $n=9$ とした計算結果と相違が生じないためである。図-1は N をパラメータとした $T\sqrt{g/D}$ と (H/D) の関係を図示したものであり, 図中にはYamada & Shiotaniの砕波限界も与えられる。この図によると, $T\sqrt{g/D}$ が小さいほど H/D の小さい値で砕波限界に近づくことから, (H/D) は減少する。また, N の増加とともに, (H/D) が減少する。つまり, 理論の近似度 (Fourier級数の項数) をあげるほど, 理論の適用可能範囲が狭くなる。ついで, 図-2は

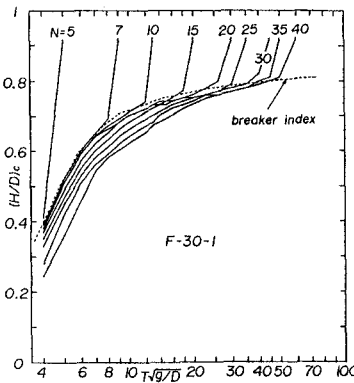


図-1

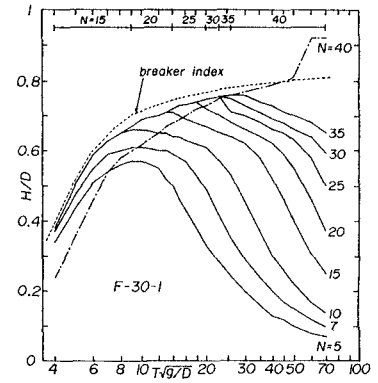


図-2

N を固定した場合, 準厳密解に比べて, u_c/c の誤差が $\pm 10^{-3}$ 以下となる限界を $T\sqrt{g/D}$ と H/D との関係として図示したものである。ここでいう準厳密解とは収束解が得られる最大の N に対する u_c/c の値を指し, 本研究では最大 $N=40$ であることから, 図中に $N=40$ の条件で解が得られる限界線も与えられる。また, $T\sqrt{g/D}$ の減少とともに, 収束解が得られる N の値も減少するので, 比較基準の準厳密解に対応する N が各 $T\sqrt{g/D}$ に対して図の上段に与えられる。この図によれば, Fourier近似理論は砕波限界付近で適用できないことになる。ただし, 適用限界線の上側でもそれぞれの N に対し, $N+5$ とした場合の解が得られるが, これが準厳密解であるかどうかを, たとえば $N+5+1$ に対応する解との比較という形では

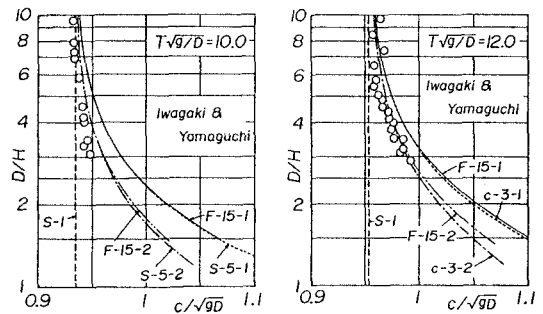


図-3

検討していないので、上述の適用限界線はやや厳しすぎるかもしれない。

3. 実験結果との比較: 図-3および図-4はそれぞれ波速および最大水平水粒子速度の鉛直分布について、実験結果と各種有限振幅波の理論解とを比較したものであり、図中の記号のうち、最初のものは、理論解の区別を、2番目は近似度(Fourier近似理論ではN)を、3番目は波速の定義を意味する。これらの図では、波速に関して第2定義の理論が実験結果に近い値を与える。また、 D/H が小さいほどFourier近似理論とStokes波およびクノイド波理論とのへだたりが増加するが、このへだたりは第2定義の場合の方が大きい。つぎに、水平水粒子速度の実験値は、ばらつきが大きく、いずれの理論の適合性が高いかを判断できるほどの精度をもたないが、実験条件の範囲内ではFourier近似理論はStokes波理論およびクノイド波理論と類似した分布を与える。

4. 波特性および波平均量に関する考察: 図-5および図-6はそれぞれStokes波理論およびクノイド波理論の波特性および波平均量に対する適用限界を明示したものであり、図中の記号のうち、 u_b^2 : 底面での水平水粒子速度 u_b の自乗平均値、 u_0 , u_s : 静水面および水深中央部における最大水平水粒子速度、を表す。また、適用限界は $N=30$ の場合のFourier近似理論による結果を基準として、波速の場合には各理論との差が $\pm 0.5\%$ 以内、他の波特性および波平均量の場合には、 $\pm 5\%$ 以内をとる $T\sqrt{g/D}$ と

H/D の範囲である。Stokes波理論の場合、 $T\sqrt{g/D} < 12$ では $\hat{c}$ の適用限界は $T\sqrt{g/D}$ とともに増加し、 $\hat{c}$ 以外の波特性の適用限界波高(H/D)、以内の全範囲にあるが、 $T\sqrt{g/D} \geq 12$ では適用限界波高が急減することから、Stokes波理論の $T\sqrt{g/D}$ あるいは水深波長比 D/L に対する適用限界が明瞭に示される。また、 $\hat{F}$, $\hat{S}_{22}$ および u_b^2 を除く波平均量の適用限界波高も $T\sqrt{g/D}$ とともに若干増加するのに対し、 $\hat{F}$, $\hat{S}_{22}$ および u_b^2 は減少傾向を示す。以上の結果をまとめると、Stokes波理論の適用限界は $T\sqrt{g/D} < 12$ では $H/D < 0.5$ が一応の目安となる。一方、クノイド波理論の場合、波特性に対する適用限界波高は $T\sqrt{g/D}$ とともに減少するのに対して、 $\hat{S}_{22}$ および u_b^2 を除く波平均量では限界波高が $T\sqrt{g/D} \approx 15$ で極小値をとったのち増加傾向を示す。これらを総合すると、クノイド波の第3次近似解に対する適用限界波高値もおおむね $H/D < 0.5$ とみなすことができよう。

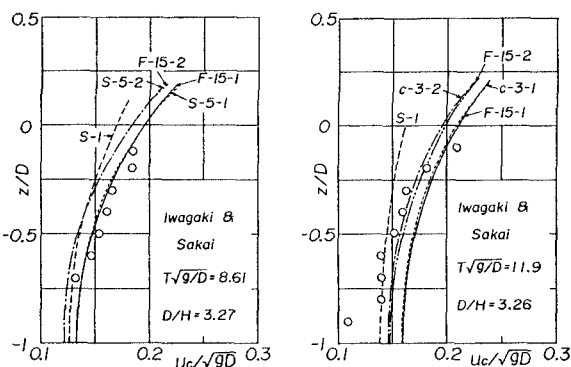


図-4

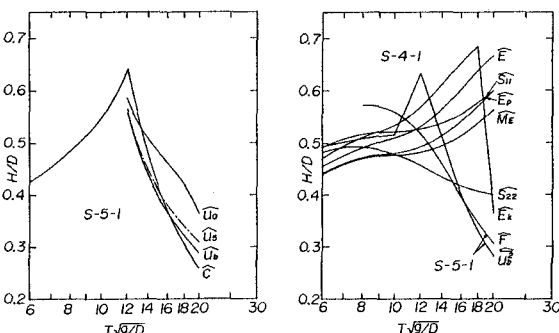


図-5

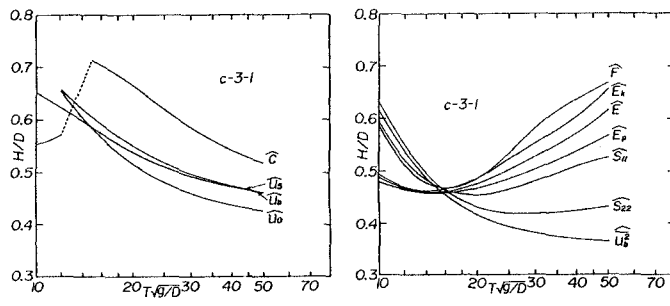


図-6

場合、 $T\sqrt{g/D} < 12$ では $\hat{c}$ の適用限界は $T\sqrt{g/D}$ とともに増加し、 $\hat{c}$ 以外の波特性の適用限界波高(H/D)、以内の全範囲にあるが、 $T\sqrt{g/D} \geq 12$ では適用限界波高が急減することから、Stokes波理論の $T\sqrt{g/D}$ あるいは水深波長比 D/L に対する適用限界が明瞭に示される。また、 $\hat{F}$, $\hat{S}_{22}$ および u_b^2 を除く波平均量の適用限界波高も $T\sqrt{g/D}$ とともに若干増加するのに対し、 $\hat{F}$, $\hat{S}_{22}$ および u_b^2 は減少傾向を示す。以上の結果をまとめると、Stokes波理論の適用限界は $T\sqrt{g/D} < 12$ では $H/D < 0.5$ が一応の目安となる。一方、クノイド波理論の場合、波特性に対する適用限界波高は $T\sqrt{g/D}$ とともに減少するのに対して、 $\hat{S}_{22}$ および u_b^2 を除く波平均量では限界波高が $T\sqrt{g/D} \approx 15$ で極小値をとったのち増加傾向を示す。これらを総合すると、クノイド波の第3次近似解に対する適用限界波高値もおおむね $H/D < 0.5$ とみなすことができよう。