下水道管渠における遷移流れ（開水路流れ⇌圧力流れ）の数値計算法に関する検討

愛媛大学工学部　正　員　渡辺政広
愛媛大学大学院　学生員　石丸久人
八千代エンジニヤリング(株)　正　員○青木俊陽

近年，都市下水道流域のポンプ場，処理場などで，豪雨時，河川・下流域への排水・放流を制御（抑制）するための流量制御運転が実施され始めているが，今後，このような機会は益々増えてくるものと予測される。一方，こうした流出の制御に伴って，下水道管渠システムでは，マンホールよりの吹き上げ・溢水などによる浸水氾濫（災害）を伴う流出が頻繁に発生するようになると考えられ，これらの軽減・防止対策を前以て確立しておくためにも，今後，このような都市下水道流域の流出を実用的にシミュレートし得る（水理）解析モデルの開発が重要になると考えられる。

本報告では，著者らが検討を進めている上述の（水理）解析モデルの中の，下水道管渠網の流出解析モデルを取り上げ，本モデルの遷移流れ（開水路流れ⇌圧力流れ）に対する数値解析（特性曲線法）精度について検討したので，その結果を手短に述べる。

1．流れの基礎式の特性曲線表示[1), 2)]

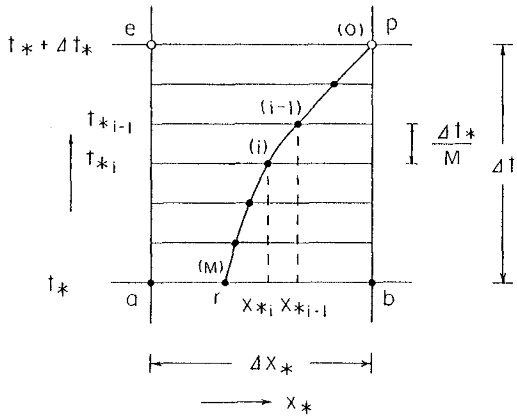
下水道管渠で発生する開水路流れと圧力流れの両流れを統一して取り扱い得る流れの基礎式（スロット・モデル）は，次のように特性曲線表示（無次元）される。すなわち，特性曲線式（1）式の上で，特性方程式（2）式が成立する（以下，変数は全て無次元変数である）。

$$\frac{dx_*}{dt_*} = V_* \pm c_* \cdots (1), \qquad \frac{dV_*}{dt_*} \pm \frac{1}{c_*}\cdot\frac{dh_*}{dt_*} - \alpha_1\left(1 - \frac{\Gamma}{\alpha_2{}^2}\cdot\frac{|V_*|V_*}{R_*{}^{4/3}}\right) = 0 \cdots (2)$$

ここに，V_*：断面平均流速，h_*：開水路流れ時は水深，圧力流れ時は管渠底から測った圧力水頭，R_*：径深，c_*：開水路流れ時は微小擾乱の伝播速度，圧力流れ時は圧力波の伝播速度で $c_* = c'_* = \mathrm{const.}$，$c'_*$：取付管をもつ管渠の圧力波伝播速度，$\Gamma$：圧力流れに対する水位低下の補正係数（遷移流れ近傍では $\Gamma \fallingdotseq 1$，開水路流れでは $\Gamma = 1$），α_1，α_2：管渠の無次元パラメータ，x_*：距離，t_*：時間。

2．遷移流の数値計算法（逐次積分法）[1)]

開水路流れと圧力流れの間の遷移流れを含むときの（1）および（2）式の数値積分には，図−1に示すように，両式を逐次積分する方法を用いる。すなわち，（$V_* \pm c_*$）および $1/c_*$ の急激な時空間変化を精度良く追跡できるよう，（遷移流れの発生している計算区間と時間に限り），計算時間間隔 Δt_* を M 等分した上で，特性曲線式とその上で成立する特性方程式を逐次，積分してゆく。たとえば，図−1の正の特性曲線の場合，未知点 P から内挿点 r へ向けて各点（0, ･･･, i, i-1, ･･･, M）の V_* および h_* を逐次算定しながら両式の積分を進める。



図−1　遷移流における特性曲線

３．誤差解析

上述の数値積分に伴う誤差の問題は，基本的には，特性曲線式（１）式の数値積分誤差の問題である。特性曲線式（１）式の逐次積分に修正オイラー法を用いるとき，この数値積分に伴う誤差（１ステップ当たり）の基本的な部分 ε は，次式のように表される。

$$\varepsilon \propto (\varDelta t_*/M)^3 \cdot (d^3x_*/dt_*^3) \quad \cdots\cdots (3)$$

ここで，遷移流れに対し，次のような仮定を置く。① 伝播・移動に伴う水面形（水面こう配）の変化は小さい。② また，その伝播・移動の速度はほぼ一定である。③ 特性曲線に沿う流速の変化（dV_*/dt_*）は，微小擾乱の伝播速度のそれ（dc_*/dt_*）に比べ，無視し得る程度に小さい。

これより，（３）式は次のように変形される（図－１，２）。

$$\frac{\varepsilon}{\varDelta x_*/M} \fallingdotseq \frac{\varepsilon}{c'_*\cdot\varDelta t_*/M} \propto \left(\frac{\varDelta t_*}{\varDelta x_*}\right)^2 \left(\frac{dc_*}{dh_*}\right)^2 \frac{(\varDelta h_*)^2}{M^2} \left(\frac{V_*}{c'_*} - \frac{\omega_*}{c'_*} \pm \frac{c_*}{c'_*}\right) \quad \cdots\cdots (4)$$

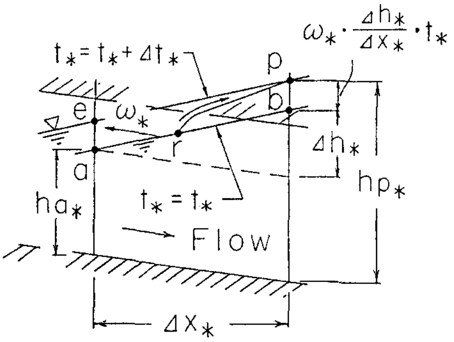
ここに，$\varDelta x_*$：計算距離きざみ，ω_*：遷移流れの伝播速度（下流方向へ伝播する場合が正），$\varDelta h_*$：$\varDelta x_*$ 区間での水深差（図－２）。

上式より，遷移流れに対する本逐次積分法の誤差について，以下の注目すべき諸点を指摘できる。① 最も大きい誤差が現れるのは，上流へ進行する遷移流れの正の特性曲線に沿う積分においてである。② 誤差は分割数 M の２乗に反比例する。③ $\varDelta x_*$ 区間での遷移流れの水深差（すなわち，水面こう配）が大きいほど，かつその遷移流れでの開水路流れ部分の占める割合が多いほど，誤差は大きくなる。

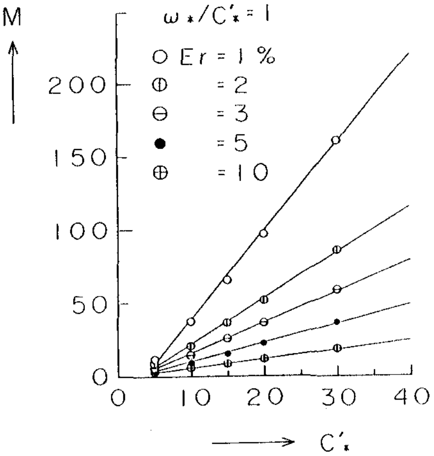
次に，上述した３つの仮定を満たす遷移流れを対象に，パラメータ c'_*，ω_*，$\varDelta h_*$，h_{a*}（開水路流れ部分で最も浅い水深）の値がそれぞれ異なる遷移流れを種々想定し（図－２），これらパラメータおよび分割数 M と誤差 E_r との関係を数値シミュレーションを行なって調べた。得られた結果の一例を，図－３に示す。

これより，数値計算の安定性から見て，逐次積分誤差 E_r（具体的には，内挿点の位置座標値の算定誤差）が，たとえば，5～10 %程度までは許されるとすると，分割数 M は，c'_* = 10～30 であるから，M=10～30 分割で良いことが分かる。

なお今後は，本検討結果の実際の下水管渠網での適合性について，さらに検討を進めてゆく必要がある。



図－２　遷移流れと各種パラメータ



図－３　M ～ c'_* および E_r の関係

参考文献　1) 渡辺・江藤・室田：取付管の調圧効果を考慮した下水管網内の遷移流計算法，土木学会論文集，第411号／II-12, pp. 81~90, 1989.　2) 渡辺・門田・川瀬：開水路流れとサーチャージ流れの遷移部における数値計算法について，第41回土木学会中国四国支部研究発表会講演概要集，pp. 86~87, 1989.