

圧縮荷重下でのクラックの接触問題について

岡山大学大学院 学生員 ○上田和哉
 岡山大学工学部 正会員 廣瀬壮一
 岡山大学工学部 正会員 谷口健男

1. まえがき クラックは、構造物の安全性、もしくは耐久性に影響を与える因子の1つであり、構造物内に発生するクラックは、脆性破壊の原因にもなり得る。そのため、近年、土木構造物におけるクラックの発生及び進展に関する数々の研究報告が行われている。クラックの解析は通常クラック面が接触しないという仮定の下で行われることが多いが、現実には、必ずしもその仮定は正しくない。実際のクラックを考えると、あるレベル以上の圧縮荷重に対しては、クラック面は接触することが予想され、接触条件を考慮に入れた解析を行う必要がある。よって、本研究では、摩擦力を伴うクラック面の接触を考慮した二次元クラック解析を境界積分方程式を用いて行った。

2. 接触条件 外力の作用していない状態においてクラック面の法線方向に $[u_{g.p}]$ (> 0) なる初期開口変位が存在すると仮定する。このようなクラックに圧縮荷重が作用すると、クラック面は徐々に閉じはじめ、ある部分では接触し、残りの部分は開いたままの状態が生じる。このときのクラックの開口変位をクラック面に法線方向と接線方向に分解してその各々の成分を $[u_n]$ 、 $[u_t]$ とする。同様に、接触したクラックに作用する表面力の法線方向成分と接線方向成分を t_n 、 t_t とすると、クラック面では以下の条件が満足される。

- ・ 接触していないクラック面では、 $t_n = t_t = 0$
- ・ 接触しているクラック面では、 $[u_n] = -[u_{g.p}]$
 $|t_t| = \gamma |t_n|$ 、 $\text{sgn}(t_t) = \text{sgn}([u_t])$
 γ : 摩擦係数

また、クラック面全体において満足されるべき条件は、次のように表わされる。

$$[u_n] + [u_{g.p}] \neq 0 \quad (1)$$

$$t_n \neq 0 \quad (2)$$

3. 境界積分方程式 遠方において σ^∞ なる応力が作用する無限弾性体中のクラックを考える。このときクラック面 S_c での表面力 t は次式によって表わされる。

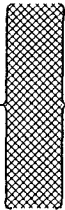
$$t_i(x) = \bar{T}_i(x) + \text{p.f.} \int_{S_c} W_{ij}(x;y) [u_j(y)] dS_y \quad x \in S_c \quad (3)$$

ここに、 $\bar{T}_i = n_j \sigma_{ij}^\infty$ (n : 法線ベクトル) であり、p.f. は積分の有限部分を表わし、 $[u]$ はクラック開口変位を表わす。また、積分核 $W_{ij}(x;y)$ は点 y に j 方向に変位の不連続が生じた場合の点 x における i 方向の表面力成分を表わす。前節で示したようにクラック面の接触条件は法線方向、接線方向成分で表わされている。そこで、直交座標系で表わされた式(3)をクラック面でのローカルな座標系に変換、離散化すると次のようになる。

← 2 I 列目

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4)$$

4. 収束計算の手順 クラック面での接触領域は、あらかじめ与えられるものではないので、クラックの接触問題は非線形問題となる。そこで、以下の手順を用いて収束計算を行った。式(4)で1番目の要素における法線方向の開口変位が、式(1)を満たさない場合、クラックが接触していると考え、式(5)で表わされるようにマトリックスの組み替えを行う。式(2)を満たさない場合は、その要素では接触を起こしていないと考えられるので、表面力を0として、開口変位を未知数とするマトリックスを構成し再び解析を行う。以上、全ての要素で、式(1)、(2)が満足されるまで繰り返す。

$$\begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & 0 & & \\ & \gamma & & \\ & & -1 & \\ & & & 0 \\ & & & & \ddots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vdots \\ u_n^i \\ \vdots \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \vdots \\ t_n^i \\ \vdots \end{Bmatrix} + [u_{gap}^i] \quad (5)$$


5. 解析例 解析例として、図1に示すように、遠方において $\sigma_{11} = \delta_{21} \delta_{22} \sigma_0$ なる応力を受ける長さ a の直線クラックを考える。 x_1 軸からのクラックの回転角を θ とする。図2は、様々な角度 θ をもつクラックに対して、クラック面上での摩擦係数 γ を変化させたときの、クラック先端での応力拡大係数 K_{II} を示したものである。但し、クラックの初期開口変位 $[u_{gap}]$ は0とした。これにより、クラック面上での摩擦係数 γ が大きくなるほど K_{II} の値は小さくなった。次に $\theta=0$ で一定の初期開口変位 $[u_{gap}]$ をもつクラックに対して無限遠での応力 σ_0 を変化させ、その際の開口変位を求めた(図3)。遠方においての応力 σ_0 を大きくすればするほど、接触領域が大きくなる様子がシュミレートできた。

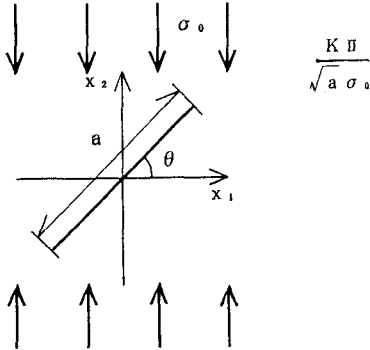


図1 解析モデル

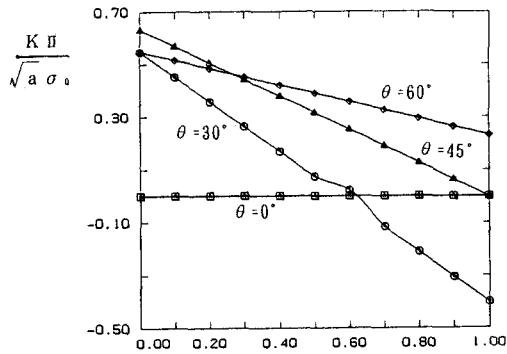
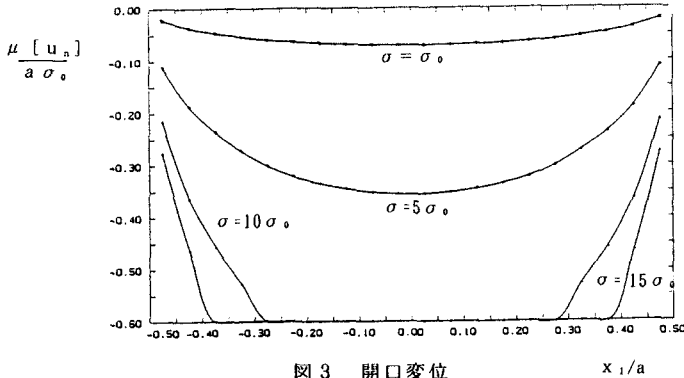
図2 応力拡大係数 (K_{II}) γ 

図3 開口変位