

せん断型線形多自由度系の分割同定

徳島大学大学院○学生員 山本英史 榎 浅 沼 組 山本悦司
徳島大学工学部 正 員 沢田 勉 徳島大学工学部 正 員 平尾 潔

1. はじめに 構造物の耐震設計では、系の動特性を精度よく推定することが重要である。しかし、この種の同定問題においては、自由度の数が増加すると同定すべきパラメータの数が増加し、解の精度及び収束性が悪化する。また、ノイズを含む記録を用いて同定する場合、高振動数領域でのスペクトルにノイズが大きく影響するため、自由度の高い多自由度系では同定精度が極端に悪化することが予想される。したがって、一度に同定すべきパラメータの数は少ないほうが良いと考えられる。

本研究では、せん断型線形多自由度系をいくつかの部分系に分割し、各部分系を周波数領域において逐次同定する手法を開発し、その妥当性を検討する。

2. せん断型線形多自由度系の分割同定 図-1のような全体系をいくつかの部分系に分割した系のうち、代表的な第J部分系について考える。ただし、第J部分系を同定する際には、それより上部の部分系のばね定数と減衰係数は精度よく同定されていると仮定する。この第J部分系において、最下質点を仮想地盤と考えると、系の運動方程式は次のように表される。

$$[M]\{\ddot{z}(t)\} + [C]\{\dot{z}(t)\} + [K]\{z(t)\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

ここで、 $\{z(t)\} = \{z_0(t), \dots, z_r(t), \dots, z_q(t)\}^T$ は第J部分系に含まれる各質点の絶対変位、 $[M]$ =質量行列、 $[C]$ =減衰行列、 $[K]$ =剛性行列である。また、右辺の $\{f(t)\}$ は次のようになる。

$$\{f(t)\} = \begin{Bmatrix} -\sum_{i=1}^{p-1} m_i \ddot{z}_i(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ c_q \dot{z}_{q+1}(t) + k_q z_{q+1}(t) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

右辺上式の第1行は、上部の部分系から第J部分系に作用する外力である。

最上部の部分系では、この $\{f(t)\}$ に $-\sum_{i=1}^{p-1} m_i \ddot{z}_i(t)$ は含まれない。

式(1)をフーリエ変換して、周波数領域で表示すると次式ようになる。

$$[A(\omega)]\{\ddot{z}(\omega)\} = \{a(\omega)\} + \{F(\omega)\} \quad (3)$$

ここで、 $\ddot{z}(\omega)$ は $\ddot{z}(t)$ のフーリエ変換であり、 $[A(\omega)]$ 、 $\{a(\omega)\}$ 、 $\{F(\omega)\}$ は次のようになる。

$$[A(\omega)] = [-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]] \quad (4)$$

$$\{a(\omega)\} = -[i\omega [C] + [K]]\{v\} - i\omega [K]\{d\} \quad (5)$$

$$\{F(\omega)\} = \begin{Bmatrix} -\sum_{i=1}^{p-1} m_i \ddot{z}_i(\omega) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ (i\omega c_q + k_q) \ddot{z}_{q+1}(\omega) + (i\omega c_q + k_q) v_{q+1} + i\omega k_q d_{q+1} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ただし、 $\{a(\omega)\}$ の右辺の $\{v\}$ および $\{d\}$ は、第J部分系に含まれる各質点の速度および変位応答の最終値と初期値の差である。また、式(6)右辺の $\ddot{z}_i(\omega)$ 、 $i=1, \dots, p-1$ は、第J部分系より上部の系の各質点の加速度応答であり既知である。さらに、 $\ddot{z}_{q+1}(\omega)$ としては、第J部分系の最下質点の加速度記録が用いられる。

式(3)より絶対加速度応答の有限フーリエ変換 $\{\ddot{z}(\omega)\}$ は次式のように表される。

$$\{\ddot{z}(\omega)\} = [A(\omega)]^{-1} \{\{a(\omega)\} + \{F(\omega)\}\} \quad (7)$$

一方、第J部分系の第r質点で絶対加速度記録 $\ddot{z}_r(t)$ が得られているとき、その有限フーリエ変換を $\ddot{z}_r(\omega)$ とする。このとき、同定問題の基準となる評価関数は次式のように表される。

$$\varepsilon(a) = \sum_{k=1}^{N_f} |\ddot{z}_r(\omega_k; a) - \ddot{z}_r(\omega_k)|^2 \rightarrow \min \quad (8)$$

ここで、 a は同定すべきパラメータ（第J部分系のばね定数 k_i 、減衰係数 c_i 、速度および変位に関する係数 v_i および d_i ）を一般的に表す。上式は、式(7)より得られる第r質点の $\ddot{z}_r(\omega_k; a)$ と、実際の絶対加速度応

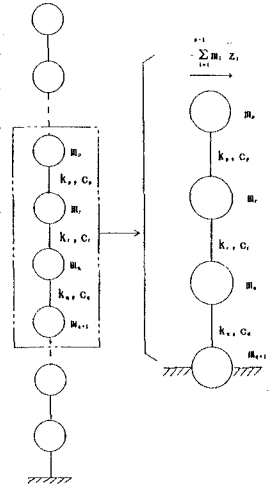


図-1 第J部分系モデル

答記録より得られる $\hat{z}_r(\omega_k)$ の残差平方和を最小にするような未知パラメータ α を決定する基準である。ここで、 N_r は離散振動数点の数、 ω_k は離散化した k 番目の角振動数点である。上式は未知パラメータ α の非線形関数であるので、これをminにするような α を求めめるため、改良反復線形計画法(MSLP法)⁽¹⁾を用いた。式(8)を未知パラメータ α の適当な初期値 a_0 のまわりでテラー展開して3次以上の項を省略すると次式のようになる。

$$\varepsilon(a^{(0)} + \Delta a) \approx \varepsilon(a^{(0)}) + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial a_i} \right)^{(0)} \Delta a_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial a_i \partial a_j} \right)^{(0)} \Delta a_i \Delta a_j \quad (9)$$

ここで、上付添字(0)は初期値での値を示し、 $\Delta a_i, \Delta a_j$ は変化量、 $N=4n+2$ は同定すべきパラメータの数である。

上式を反復線形計画法により解き、増分量 $\Delta a_i, \Delta a_j$ を求め、順次解を改良して収束解を求めた。

3. 数値計算および考察 線形8自由度系のばね定数、減衰係数を同定する。表-1には、同定に用いた線形8自由度系の諸元を表す。ここでは、解析法の有効性を検討することを目的とするため、実際の観測記録を用いず、入力加速度波としてエルセントロ地震波を用い、周波数領域で応答計算した後にフーリエ逆変換を行い、これにノイズを付加したものを観測波形として用いた。なお、MSLP法における繰返回数は100回、評価関数において対象としたスペクトルの周波数領域は0.1~20.0Hzとし、初期値は真値の1.3倍とした。以下では、せん断型線形多自由度系の同定問題における解の精度が、系の分割や観測記録に含まれるノイズにどのように影響されるかを検討した。

階	質量 $m \times 10^4$ [kg]	ばね定数 $k \times 10^4$ [kg・s/cm]	減衰定数 c [kg・s/cm]
1	0.185	0.968	423.178
2	0.185	0.968	423.178
3	0.185	0.968	423.178
4	0.185	0.968	423.178
5	0.185	0.968	423.178
6	0.185	0.968	423.178
7	0.185	0.968	423.178
8	0.185	0.968	423.178

(1) 分割法の導入による同定精度の改良 全体系をいくつかの部分系に分割して同定した場合には、各部分系に含まれる未知パラメータの数が全体系より少なくなるので、同定精度の改良が期待される。そこで、線形8自由度系を3分割した場合と、分割しない場合の解の精度を比較した。図-2、図-3はそれぞれ、3分割した場合と分割しない場合の同定結果である。これらの図より、分割して同定した場合には、分割しない場合に比べて、解の精度、計算時間共に大幅に改良されていることが分かる。

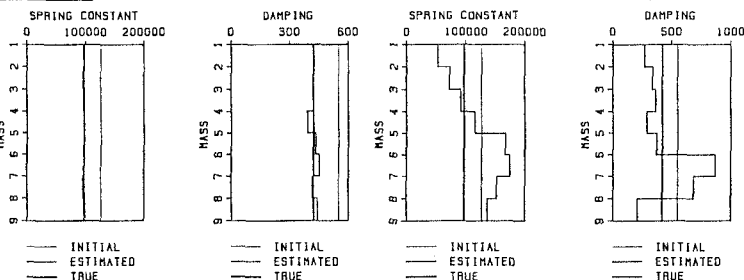


図-2 同定結果(3分割, CPU TIME=335[s]) 図-3 同定結果(分割なし, CPU TIME=3571[s])

(2) ノイズが解の精度に及ぼす影響 観測記録に含まれるノイズが解の精度に及ぼす影響を見るために、

線形8自由度系を3分割した場合について、ノイズが2%含まれる場合と、含まれない場合の解の精度を比較した。図-4、図-5はそれぞれ、ノイズが2%含まれる場合と含まれない場合の同定結果である。これらの図より、観測記録にノイズが含まれる場合、解の精度、特に減衰係数の精度が悪化することが分かった。これは、減衰係数が高振動数領域に含まれるノイズの影響をばね定数に比べて受けやすいためと思われる。

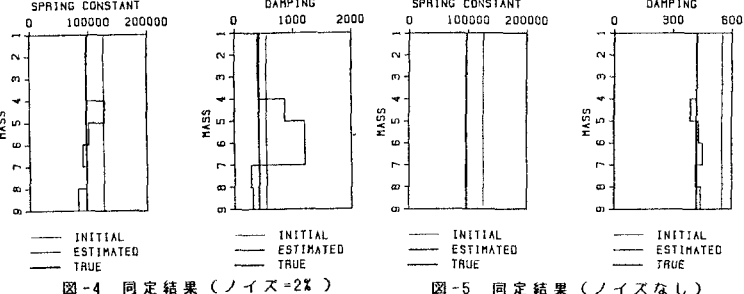


図-4 同定結果(ノイズ=2%)

図-5 同定結果(ノイズなし)

4. おわりに 本研究では、せん断型線形多自由度系の分割同定手法を開発し、その有効性を検討した。その結果、全体系をいくつかに分割して同定することより解の精度および計算時間が大幅に改良されること、観測記録に含まれるノイズは解の精度、特に減衰係数の精度を悪化させることが分かった。

5. 参考文献 (1) 沢田・辻原: 線形多自由度系同定問題における改良SLP法の開発, 第2回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集, 1991年11月