美観および経済性を考慮したアーチ橋の多目的最適化に関する基礎的考察

愛媛大学工学部　正会員　大久保禎二
愛媛大学大学院　学生員　○山 村 耕 史

１．はじめに

構造物を設計する場合には、美観、経済性、使用性、安全性など、性質の異なる複数の目的を互いに勘案しながら、設計者の意図する内容を満足するように設計を行わなければならない。このような構造物の設計問題は多目的最適設計問題として定式化することができる。多目的最適設計問題の解法として、これまでに荷重和最小化法、目標計画法、ＳＷＴ法などが提案されている。本研究では、２ヒンジの鋼アーチ橋を対象としてこれらの方法により最適化を行い、各方法の比較検討を行ったものである。

２．多目的最適化問題の定式化

多目的最適化問題は、次のようなベクトル最小化問題として定式化できる。

$$\min.\ \mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \cdots, f_n(\mathbf{x})]^T,\ \mathrm{subj.to}\ \mathbf{x}\in D = [\mathbf{x} \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leqq 0] \qquad \cdots(1)$$

$\mathbf{f}(\mathbf{x})$は、Dの領域内で定義されるn個の目的関数、$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_S]^T$ はS次元の設計変数ベクトル、Dはm個の制約関数 $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \cdots, g_m(\mathbf{x})]^T$ を満足する実行可能領域である。

設計においては、基本的には各目的関数 $f_i(\mathbf{x})$ $(i=1,\cdots,n)$ を最小にすることが要求されるが、各目的関数は、制作費と安全性などのように互いに矛盾する目的関数が多く、ある目的関数を改善することにより他の目的関数が犠牲になることが多い。したがって、実際の設計においては、このような矛盾する目的関数を互いに譲り合いながら、設計者の希望を最大限に満足するように最適化を行うことになる。このようにして決定された最終的な解を選好解という。本研究では、選好解を決定する方法として次の４つの方法を検討した。

３．選好解を決定する方法

(A) 荷重和最小化法

この方法では、設計者の選好基準を分析し、各目的関数f_jに対して最も適当と考えられる相対評価係数W_jを仮定して、多目的$\mathbf{f}(\mathbf{x})$を１つの目的関数として表現し、単目的を有する次式の最適化問題を導入し、通常の非線形計画法の手法を用いて解き選好解を決定する。

$$\min.\ \sum_{j=1}^{n} W_j f_j(\mathbf{x}),\ \mathrm{subj.to}\ \mathbf{x}\in D,\qquad ここに、W_j \geqq 0,\ \sum_{j=1}^{n} W_j = 1 \qquad \cdots(2)$$

(B) 目標計画法

理想点あるいは設計者の目標点$\bar{f}$からの距離関数（残念度）を最小にするように最適解を求める方法。

$$\min.\ [\sum_{j=1}^{n} w_j (f_j(\mathbf{x}) - \bar{f}_j)^p]^{1/p},\ \mathrm{subj.to}\ \mathbf{x}\in D,\ ここに、1 \leqq p \leqq \infty,\ W_j \geqq 0,\ \sum_{j=1}^{n} W_j = 1 \cdots(3)$$

$p=1$の場合は残念度の荷重和最小化問題となり、$p=\infty$ の場合は次式の最大残念度最小化問題となる。

$$\min.\ [\max_j.\ \{w_j (f_j(\mathbf{x}) - \bar{f}_j)\}],\ \mathrm{subj.to}\ \mathbf{x}\in D,\qquad ここに、W_j \geqq 0,\ \sum_{j=1}^{n} W_j = 1 \cdots(4)$$

この方法は、設計者の要求する解が最適点でなくてもよい場合（目標点の場合）にも利用することができるところに大きな特徴がある。

(C) ＳＷＴ法

１個以外の他の全ての目的関数をある値に設定し、これらの目的関数をも設計条件として考慮することにより得られる最適解を非劣解というが、この非劣解曲面上の点Ｐにおける傾きを$\lambda_{12}(P)$、設計者が選好解を決定する場合の等基準曲面（等選好曲面）の傾きを$m_{12}(P)$とし、これらの差を次式のように$W_{12}(P)$とすると、

$$W_{12}(P) = \lambda_{12}(P) - m_{12}(P) \qquad \cdots(5)$$

$W_{12}=0$となるP^*を求めることにより選好解が得られることとなる。

４．設計例

４－１．設計モデル、設計条件、目的関数

図１に示す放物線２ヒンジアーチ橋のアーチリブの設計問題を考える。目的関数として、アーチリブの必要最小総容積Ｖおよび美観関数の２つを考え、設計条件として応力度に関する条件を考慮している。本研究では、アーチリブの断面形状を図２に示すＩ型断面とし、全長にわたって等断面であると仮定している。桁断面を等断面と仮定することにより、その応力の条件より決定される最小断面寸法はアーチのライズｒにより自動的に決定されるので、この設計問題の設計変数はアーチのライズｒのみを考慮すればよいこととな

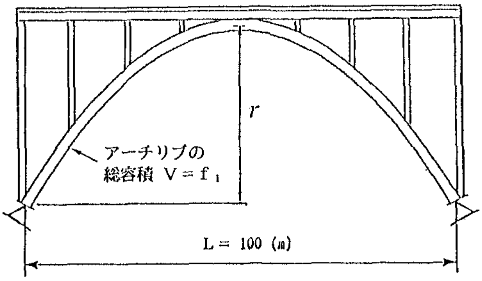

図１　２ヒンジアーチ橋

る。アーチリブの形状を放物線とすると、断面積A_cを有するアーチリブの総容積Vは次式のようにライズrの関数として表わされる。

$$f_1(r)=V=2A_c(L+16r^2/(3L)) \quad \cdots(6)$$

また、美観関数f_2として、rがそれぞれ１０ｍ、１８.５ｍ、２６ｍのとき最も美しいと感じる次の３種類の関数を考え、それぞれの場合における選好解を比較した。

$$\begin{aligned} f_2(r)&=(r-1000)^2 \cdots \langle タイプ1\rangle \\ f_2(r)&=(r-1850)^2 \cdots \langle タイプ2\rangle \\ f_2(r)&=(r-2600)^2 \cdots \langle タイプ3\rangle \end{aligned} \quad \cdots(7)$$

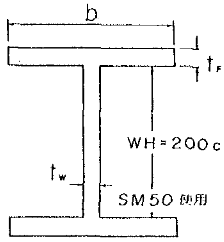

図２ アーチリブの断面形状

４－２．非劣解群の決定

この設計問題では設計変数はｒのみであるので、ｒを６００～３０００(ｃｍ)の範囲で５０(ｃｍ)刻みでそれぞれのｒについて最小のf_1とf_2を求めることによりf_1とf_2の非劣解を求めることができる。なお、f_1が最小になるのは ｒ＝１８５０(ｃｍ)のときで、f_1＝１０.９７１(m^3)である。f_2の最小値は０である。

４－３．選好解の決定

f_2のタイプ２の場合にはｒ＝１８５０(ｃｍ)においてf_1，f_2ともに最適値をとるので、ここでは考えない。f_2のタイプ１およびタイプ３の場合については、選好解を決定する問題を次のように仮定した。

(A) 荷重和最小化法

$$\begin{aligned} &\min.\{(1200000/1200001)f_1(r)+(1/1200001)f_2(r)\}\cdots\langle タイプ1\rangle \\ &\min.\{(3200000/3200001)f_1(r)+(1/3200001)f_2(r)\}\cdots\langle タイプ3\rangle \end{aligned} \quad \cdots(8)$$

(B) 目標計画法…本研究では目標点fは、f_1、f_2とも最小値を設定している。

残念度荷重和最小化法

$$\begin{aligned} &\min.\{(1200000/1200001)(f_1(r)-10.971)+(1/1200001)(f_2(r)-0)\}\cdots\langle タイプ1\rangle \\ &\min.\{(3200000/3200001)(f_1(r)-10.971)+(1/3200001)(f_2(r)-0)\}\cdots\langle タイプ3\rangle \end{aligned} \quad \cdots(9)$$

最大残念度最小化法

$$\begin{aligned} &\min.[\max.\{(1200000/1200001)(f_1(r)-10.971),(1/1200001)(f_2(r)-0)\}]\cdots\langle タイプ1\rangle \\ &\min.[\max.\{(3200000/3200001)(f_1(r)-10.971),(1/3200001)(f_2(r)-0)\}]\cdots\langle タイプ3\rangle \end{aligned}$$

荷重和最小化法、目標計画法について上式を満たすｒを選好解とする。 …(10)

(C) ＳＷＴ法

非劣解曲面上の点P_rにおける傾き：$\lambda_{12}(P_r)=-\partial f_1(r)/\partial f_2(r)$ …(11)

選好関数：

$$\begin{aligned} U&=-\{(1200000f_1(r))^2+(f_2(r))^2\}\cdots\langle タイプ1\rangle \\ U&=-\{(3200000f_1(r))^2+(f_2(r))^2\}\cdots\langle タイプ3\rangle \end{aligned} \quad \cdots(12)$$

選好関数の等値線の傾きが設計者の等選好曲面の傾きとなるので：

$$m_{12}(P_r)=(\partial U/\partial f_2(r))/(\partial U/\partial f_1(r)) \quad \cdots(13)$$

ｒを逐次変化させ、$W_{12}(P_r^*)=\lambda_{12}(P_r^*)-m_{12}(P_*)=0 \cdots(14)$ となるｒを求めれば、それが選好解となる。

上記の４つの方法により得られたタイプ１およびタイプ３の選好解r^*、f_1^*、f_2^*を表１に示す。

表１ 各方法による選好解の比較

		荷重和最小化法	目標計画法 残念度荷重和最小化法	目標計画法 最大残念度最小化法	ＳＷＴ法
タイプ１	r^* (m)	１５．００	１５．００	１４．５０	１４．９４２６
	f_1^* (m^3)	１１．１０４	１１．１０４	１１．１５１	１１．１０９
	f_2^* ($\times10^5$)	２．５０００	２．５０００	２．０２５０	２．４４２９
タイプ３	r^* (m)	２０．５０	２０．５０	２１．００	２１．０３１３
	f_1^* (m^3)	１１．００８	１１．００８	１１．０２７	１１．０２９
	f_2^* ($\times10^5$)	３．０２５０	３．０２５０	２．５０００	２．４６８８

５．検討およびまとめ

表１より明らかなように、タイプ１では最大残念度最小化法による結果のみが他の３つの方法と多少異なっている。また、タイプ３では最大残念度最小化法とＳＷＴ法が一致した解を得ている。しかし、全体的にタイプ１、３において、いずれの方法によってもほぼ等しい選好解が得られていると考えてよい。タイプ１ではｒが１０ｍ、タイプ３では２６ｍのとき最も美しいとする美観関数を考慮したが、アーチリブの総容積との兼ね合いで、それぞれｒが１５ｍ、および２０.５ｍないし２１.０ｍの妥協解を得ている。選好解を決定するアルゴリズムの難易度は、表１の左から右へいくに従い解法のアルゴリズムが複雑となる。なお、設計に用いる最終的なアーチのライズr^{**}を決定するためには、さらに数組の相対評価係数群を比較することが必要となる。

【参考文献】 (1)松本秀応,多目的設計問題の解法に関する基礎的研究,1983.3,卒業論文 (2)大久保、松本,制作費および美観を考慮した鋼アーチ橋の最適設計,1983.9,土木学会 38回年講,第１部,PP453～454 (3)志水清孝,多目的と競争の理論,1982,共立出版. (4)市川惇信,多目的決定の理論と方法,1980,計測自動制御学会.