ファジィ多目的計画法を用いた構造物の最適化に関する基礎的研究

愛媛大学工学部　正会員　大久保禎二
愛媛県庁　正会員　○村上　貴紀

1．はじめに

従来、構造物の最適設計における制約条件や目的関数は、主として、明確に定量化できる量として扱われ、その最適化がなされてきた。しかし、設計時に与えられる条件や目標には、“美しさ”“親しみやすさ”などのように定量化することが難しく、また多分に主観に左右される“あいまい”なものも多く存在する。本研究では、このような“あいまい性”をファジィ理論の考え方を導入して取り扱うファジィ数理計画法のうちから、坂和らにより考案された対話型ファジィ数理計画法を利用したファジィ多目的計画法を用いて、複数の相競合する目的関数を有する問題の最適化を行った例を示し、その解法の特徴及び問題点について検討した結果を報告するものである。

2．対話型ファジィ多目的計画法

本研究で用いたファジィ多目的計画法の解法の概略を説明すると、まずあいまいな量を持つ目的関数や制約式にメンバーシップ関数とよばれるものを導入することでその定量化を行い、次に拡張ミニマックス問題を導入することでファジィ問題を通常の数理計画問題に変換し、数理計画法の手法を用いて解を求め、それを対話的に改良していくことで設計者の満足解を導き出すというものである。

(1) 線形メンバーシップ関数の導入

あいまい量の関与する目的関数及び制約式は、およそ３つの型に分けられるものと考えられる。すなわち、fuzzy min f(x),fuzzy max f(x),及びfuzzy equal f(x)である。これらは、設計者の目的関数及び制約式に対する希求値をａとすれば、それぞれf(x)の値を大体a以下、大体a以上、大体aぐらいにしたいというファジィ目標及びファジィ制約をそれぞれ表わす。各希求値に対応する変数xの値は、それぞれのメンバーシップ関数により規定される。

メンバーシップ関数は、目的関数や制約式などの満足度を表わすもので、完全に満足される場合は１、満足されない場合は０、その中間は設計者がｄの幅をもって主観的に決定できるものとして、各目的関数及び制約式について定める。メンバーシップ関数にはその型により線形なものと非線形なものがあるが、本研究では取り扱いが容易な線形メンバーシップ関数を用いている。

ここで制約式$Ax \leqq b$がファジィ制約であるとすれば、そのメンバーシップ関数は次のように導入される。

$$\mu(Ax) = \begin{cases} 1 & (Ax \leqq b) \\ 1-\dfrac{(Ax-b)}{d} & (b<Ax\leqq b+d) \\ 0 & (b+d<Ax) \end{cases} \quad \cdots\cdots (1)$$

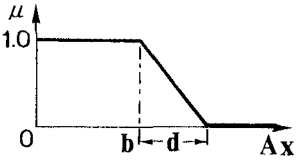

図-1　線形メンバーシップ関数

また目的関数として、minimize Wを定義すれば、希求値$\hat{W}$を用いて上式のAxをW、bを$\hat{W}$に置き換えることで全く同様にして導入できる。

(2) M-パレート最適解

多目的計画問題において求められる個々の解をパレート最適解といい、一般にこのパレート最適解はある目的関数の値を改善したために、少なくとも他の一つの目的関数の値が改悪されてしまうという性質を持っている。本研究で用いたファジィ多目的計画法においては、メンバーシップ関数の大小関係に基づいて定義されるパレート最適解を導入し、これをM-パレート最適解と呼んでいる。

(3) 拡張ミニマックス問題の導入

それぞれの目的関数及び制約式についてメンバーシップ関数が決定された後、各メンバーシップ関数に対して設計者の希求水準を反映させる基準点である基準メンバーシップ値 $\bar{\mu}=(\bar{\mu}_1,\cdots,\bar{\mu}_k)$ が設定されると、設計者の要求に近い値は次のような拡張ミニマックス問題を解くことにより求められる。

$$\begin{array}{ll} \text{find} & x \\ \text{minimize} & v+\rho\sum_{i=1}^{k}(\bar{\mu}_i-\mu_{gi}'(x)) \\ \text{subject to} & \bar{\mu}_i-\mu_{gi}'(x)\leqq v \quad (i=1,\cdots,k) \end{array} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

ここに、ρは十分小さい正の数、vは新しく導入した補助変数。この問題を解くことにより、基準メンバ

ーシップ値に近い、M-パレート最適解を求めることができる。

（４）対話型ファジィ数理計画法のアルゴリズム

対話型ファジィ数理計画法のアルゴリズムは以下の通りである。

①:設計領域における各目的関数及び制約式の最大、最小値を求める。

*②:①で求めた最大値、最小値を参考にして、各目的関数及び制約式に対するメンバーシップ関数を決定する。

③:初期の基準メンバーシップ値を１に設定する。

④:設定された基準メンバーシップ値に対して拡張ミニマックス問題を解き、M-パレート最適解を求める。

*⑤:現在の解に満足なら終了。そうでなければ、現在のメンバーシップ関数値を考慮して基準メンバーシップ値を更新し、④に戻る。

ここに、*印のついた手順において設計者との間に対話が行われる。

３．設計例

ファジィ多目的計画法を用いて、図-２のような等分布及び集中荷重を受ける放物線２ヒンジアーチ橋の最適設計を行った。目的関数としてはアーチリブの総容積の最小化と美観の最大化の二つを考慮し、制約条件は道路橋示方書にあるアーチ系橋に関する応力制約のみを用いたが、本設計例では最適化を容易にするために応力制約については支間長の４分の１点で応力が最大になるものと仮定して応力の照査を行った。設計変数はアーチのライズｒとアーチリブの断面積Ａを用いた。

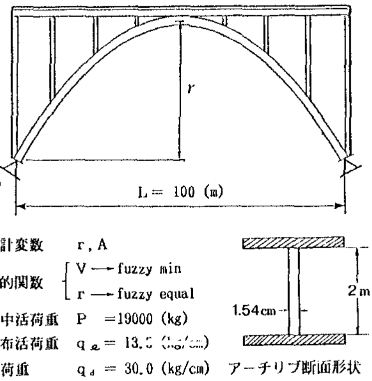

図-２ 設計問題

ここで、目的関数についてはfuzzy min V, fuzzy equal ｒ, 制約条件についてはfuzzy min σとして線形メンバーシップ関数を設定し、希求値をそれぞれ$\hat{V}=4.1\times10^{6}$(cm³), $\hat{r}=1500$(cm)とし、メンバーシップ関数の変化する幅d_iをTYPE1{$d_1=4.1\times10^{5}$(cm³), $d_2=200$(cm), $d_3=100$(kg/cm²)}, TYPE2{$d_1=4.0\times10^{5}$(cm³), $d_2=150$(cm), $d_3=150$(kg/cm²)}と２通りにして拡張ミニマックス問題を解いた場合の対話過程と最終的な最適解を表-１に示す。

基準メンバーシップ値の更新は、設計者が途中で得られる解を判断しながら行っている。また、最適化にあたっては反復線形計画法の手法を用いた。

表１-１ ＴＹＰＥ１対話過程

計算回数		1	2	3	4
基準メンバーシップ値	$\bar{\mu}_1$	1	0.72	0.72	0.72
	$\bar{\mu}_2$	1	0.75	0.78	0.79
	$\bar{\mu}_3$	1	0.80	0.85	0.85
メンバーシップ関数値	μ_{g1}'	0.7254	0.7077	0.7008	0.7062
	μ_{g2}'	0.7254	0.7377	0.7608	0.7762
	μ_{g3}'	0.7254	0.7878	0.8332	0.8363
V(cm³)		4212568	4219839	4222669	4220441
r(cm)		1445	1448	1452	1455
σ(kg/cm²)		1928	1921	1917	1916

表１-２ ＴＹＰＥ２対話過程

計算回数		1	2	3	4
基準メンバーシップ値	$\bar{\mu}_1$	1	0.78	0.78	0.78
	$\bar{\mu}_2$	1	0.80	0.81	0.83
	$\bar{\mu}_3$	1	0.82	0.85	0.86
メンバーシップ関数値	μ_{g1}'	0.7852	0.7723	0.7614	0.7618
	μ_{g2}'	0.7852	0.7923	0.7914	0.8118
	μ_{g3}'	0.7852	0.8123	0.8314	0.8419
V(cm³)		4185920	4191085	4195460	4195273
r(cm)		1468	1469	1469	1472
σ(kg/cm²)		1932	1928	1925	1924

表１-３ 得られた最適解

	r(cm)	V(cm³)
ＴＹＰＥ１	1445	4220441
ＴＹＰＥ２	1472	4195273

４．解法の特徴及び問題点

- 美観などあいまい性のある設計変数をも、メンバーシップ関数を用いて定量化することにより合理的に扱うことができる。
- 制約条件に対してより実際的な取扱いができる。
- 最適解が、メンバーシップ関数の決め方によって異なってくるため、その妥当な決定法が問題となる。

５．まとめ

対話型ファジィ多目的計画法は、メンバーシップ関数の選定などに関する問題はあるが、構造物の最適設計における制約条件の余裕あるいは超過や、目的関数の大まかな判断などにおいてより実際的な取り扱いができるという点で有用な手法であるということが明らかになった。

【参考文献】 (1)坂和正敏,ファジィ理論の基礎と応用,(1989),森北出版.
(2)矢川元基,ファジィ推論,(1991),培風館.
(3)日本道路協会,道路橋示方書・同解説,(1980),丸善.