技術変化を内生化した地域動学モデルに関する一考察

鳥取大学工学部　正会員　小林潔司

1 はじめに

本研究では，企業の長期的投資・R＆D行動によって生じる資本・蓄積過程を表現する動的モデルを提案する．その際，資本投資，知識生産によって生じる企業内での調整費用を考慮するとともに，企業間で知識がスピルオーバするという外部経済の下で，企業が非協力的に知識・資本を蓄積する過程を最適制御問題として定式化する．さらに，この問題のハミルトン＝ヤコビ方程式を導出し，資本．知識の蓄積過程の経済的含意について考察する．さらに，知識基盤施設の整備が企業行動に及ぼす影響について考察する．

2．企業行動の定式化

企業行動のモデル化にあたって以下を仮定する．1)ある部門の代表的企業を考える，2)各期の生産量を与件とする，3)賃金・利子率を与件とする，4)各期における社会資本の整備水準を与件とする．産業部門をn部門に分割し，ある部門の代表的企業の長期的な投資・R＆D行動をモデル化しよう．t期における短期的費用関数C(t)を以下のように定式化する．

$$C(t)=C(p(t);\bar{K}(t),\bar{G}(t),I(t),J(t),Y(t):S(t)) \quad (1)$$

$p(t)=(p_1(t),\cdots,p_n(t),p_{n+1}(t))$：中間投入財$X_j(t)$ $(j=1,\cdots,n)$の価格，賃金率(i=n+1の時)，$K(t)=\{K_1(t),---,K_m(t)\}$：t期までに蓄積された物的資本量，$G(t)$：t期の知識ストック，$I(t)=\{I_1(t),---,I_m(t)\}$：t期における物的投資量，$J(t)$：t期における知識生産量，$Y(t)$：t期の生産量，$S(t)$：t期の知識基盤の整備水準を表す．費用関数が$I(t)$，$J(t)$を変数として含んでいるのは，投資・R＆Dの調整費用を明示的に考慮するためである．表記の便宜上，当面$S(t)$を省略する．

企業が将来の製品価格，製品需要，生産要素価格に関して完全予見できると仮定し，企業の長期的な費用最小化行動を定式化する．

$$\mathrm{Min} \int \{C(p(t);\bar{K}(t),\bar{G}(t),I(t),J(t),Y(t)) + \Sigma P_j(t)I_j(t)+\gamma(t)J(t)]\exp(-\rho t)\}dt \quad (2)$$

ρ：割引率，$I_j(t)$：資本財jの投入量，$P_j(t)$：資本財価格，$J(t)$：知識生産量，$\gamma(t)$：知識の単位生産費用である．資本，知識の蓄積過程を次式で表す．

$$\dot{K}_j(t)=I_j(t)-\delta_j K_j(t) \quad (j=1,\cdots,m)$$
$$\dot{G}(t)=J(t)-\delta G(t) \quad (3)$$

δ_j，δ：資本及び知識の減耗率である．初期時点t=0期の資本，知識ストック量を以下に定義する．

$$K_j(0)=K_{j0} \quad (j=1,\cdots,m),\ G(0)=G_0 \quad (4)$$

3．動的双対性と最適戦略

問題(2)で$I(t)$，$J(t)$を制御変数，$K(t)$，$G(t)$を状態変数と考えよう．問題(2)は無限的視野のもとでの最適制御問題であり，ポントリャーギンの最大値原理により解くことができる．問題(2)をそれと等価な動的双対問題に変換しよう．いま，知識，資本の蓄積過程が定常状態にあると考え，$p(t)$，$Y(t)$，$\omega(t)$，$\theta(t)$が時刻tに拘らず一定値p，Y，ω，θをとると考える．利潤関数$V(\bar{K},\bar{G}:p,\omega,\theta,Y)$を次式のように定義する．

$$V(\bar{K},\bar{G}:p,\omega,\theta,Y)=\int[C(p,K^*(t),G^*(t),\psi(K^*(t),G^*(t)),\phi(K^*(t),G^*(t),Y)+\omega K^*(t)+\theta G^*(t)]\exp\{-\rho(t-\tau)\}dt \quad (5)$$

なお，$K^*(t)$，$G^*(t)$：資本・知識の最適ストック量，ψ，ϕ：最適投資関数および最適R＆D関数である．この時，利潤関数(5)を最適資本・知識蓄積経路に沿って微分することによりHamilton-Jacobi方程式

$$(\partial V/\partial K^*)\cdot\psi(K^*(t),G^*(t))+(\partial V/\partial G^*)\phi(K^*(t),G^*(t))=\rho V-\{C[p,K^*(t),G^*(t),\psi(K^*(t),G^*(t)),\phi(K^*(t),G^*(t)),Y]+\omega K^*(t)+\theta G^*(t)\} \quad (6)$$

を得る．式(6)の両辺を資本価格ω，知識資源の価格θで偏微分すれば，投資需要関数，R＆D需要関数

$$\rho V_{\omega}=K+V_{K\omega}\cdot\dot{K}+V_{G\omega}\cdot\dot{G} \quad (7)$$
$$\rho V_{\theta}=G+V_{K\theta}\cdot\dot{K}+V_{G\theta}\cdot\dot{G} \quad (8)$$

を得る．$K=(K_1,\cdots,K_n)^t$，$\dot{K}=(dK_1/dt,\cdots,dK_n/dt)^t$，$\dot{G}=dG/dt$である．tは行列の転置を意味する．さらに，

$$V_{\omega}=(\partial V/\partial\omega_1,\cdots,\partial V/\partial\omega_m)^t$$
$$V_{\theta}=\partial V/\partial\theta$$
$$V_{K\omega}=\begin{bmatrix}\partial^2V/\partial K_1\partial\omega_1,\cdots,\partial V^2/\partial K_m\partial\omega_1\\ \\ \partial^2V/\partial K_1\partial\omega_m,\cdots,\partial^2V/\partial K_m\partial\omega_m\end{bmatrix}$$
$$V_{G\omega}=(\partial^2V/\partial G\partial\omega_1,\cdots,\partial^2V/\partial G\partial\omega_m)^t$$
$$V_{K\theta}=(\partial^2V/\partial K_1\partial\theta,\cdots,\partial^2V/\partial K_m\partial\theta)^t$$

$V_{G\theta}=\partial^2 V/\partial G\partial\theta$

である．表記の便宜上，ベクトル$\Phi=[V_\omega,V_\theta]^t$，$\nu=[K,G]^t$，$d\nu/dt=[dK/dt,dG/dt]^t$，$\mu=[\omega,\theta]$，行列$\Psi$

$$\Psi=\begin{bmatrix}V_{K\omega} & V_{G\omega}\\ V_{K\theta} & V_{G\theta}\end{bmatrix}$$

を導入すれば，式(7)，(8)は次式のようになる．

$$\rho\Phi=\nu+\Psi(d\nu/dt) \tag{9}$$

式(9)よりR＆D・投資需要は次式のようになる．

$$d\nu/dt=\Psi^{-1}\{\rho\Phi-\nu\} \tag{10}$$

式(10)より短期的費用関数Cは

$$C(p,\mu,\nu,I^*,J^*,Y)=\rho V-\mu\nu-\Phi\Psi^{-1}\{\rho\Phi-\nu\} \tag{11}$$

となり，中間財$X=(X_1,\cdots,X_{n+1})$の投入量はShepardの補題より次式のようになる．

$$X=\rho\,\partial V/\partial p-\rho\,\partial(\Phi\Psi^{-1}\Phi)/\partial p-\partial(\Phi\Psi^{-1}\nu)/\partial p \tag{12}$$

4．産業における資本・知識蓄積過程

以上の結果を集計化しよう．企業iの利潤関数(5)を$V_i(\overline{\nu}_i:p,\mu,Y_i;S(t))$と表現する．S(t)は全企業で蓄積された知識量を表す．すべての企業が非協力的に競争するような微分ゲームの均衡解はナッシュ均衡解として定義できる．すなわち，任意の実現可能な蓄積経路$\nu_i(t)\,(i=1,\cdots,n)$に対して

$$V_i(\overline{\nu}_i^*(t):p,\mu,Y_i;S^*(t))\geqq V_i(\overline{\nu}_i(t):p,\mu,Y_i;S^*(t)) \tag{13}$$

が成立する$\nu_i^*(t)\,(i=1,\cdots,n)$として定義できる．したがって，産業における知識・資本の蓄積経路は資本・知識の蓄積経路(10)をすべての企業に対して集計することにより求まる．

5．利潤関数の特定化

利潤関数Vは任意時点における知識・資本の蓄積量ν，生産要素価格p,μ，生産量Yの関数である．利潤関数を要素価格に関して2次形式，生産量と知識・資本のストックに関して線形の利潤関数flexible関数

$$\rho V(K,G:p,\mu,Y;S)=b_0Y/2+\upsilon^t B\upsilon Y/2+\rho(\mu^t A+a^t)\nu+(\mu^t Ab+c)S+\mu^t AbY \tag{14}$$

$\upsilon=[p,\mu,p_{n+1}]$：価格ベクトル，$a=[a_1,\cdots,a_{m+1}]^t$，$b=[b_1,\cdots,b_m,b_G]^t$，$c=[c_1,\cdots,c_{m+1}]^t$：パラメータ，A：$(m+n+2)\times(m+1)$の定数行列，B：$(m+n+2)\times(m+n+2)$の定数行列であり，以下のように分割する．

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\end{bmatrix}$$

ここに，a_{11}：$(m+1)\times m$の定数行列，a_{12}：$(m+1)$次の列ベクトル，a_{21}：$(n+1)\times m$行列，a_{22}：n+1次の列ベクトル，b_{11}：$(m+1)\times(m+1)$の対称行列，b_{12}：$(m+1)\times(n+1)$行列，b_{21}：b_{12}の転置行列，b_{22}：$(n+1)\times(n+1)$の対称行列である．式(14)は任意の利潤関数を近似したflexibile関数であり，集計に関して整合性を保つという特性を持つ．したがって，代表的企業を対象とした分析結果を部門全体に関して拡張できる．利潤関数(14)を用いてR＆D・投資関数(10)を具体的に導出しよう．R＆D・投資関数は次式のようになる．

$$d\nu/dt=([a_{11},a_{12}]^t)^{-1}\{[(b_{11}\mu+b_{12}p)+[a_{11},a_{12}]b]Y+(\rho[a_{11},a_{12}]-1)\nu+(\rho[a_{11},a_{12}]CS)\} \tag{15}$$

なお，$[a_{11},a_{12}]$：Aの部分行列$((m+1)\times(m+1))$である．$M=\{[a_{11},a_{12}]^t\}^{-1}\{\rho[a_{11},a_{12}]-1$」と置くと，上式は次式のようになる．

$$d\nu/dt=M(\nu-\nu^s)+CS \tag{16}$$

ここで，Mは調整行列，ν^s（紙面の都合上，その定義は省略）は粗投資におけるR＆Dの外部性が存在しない場合の資本・知識の均衡水準を表わす．すなわち，式(16)は，知識のスピルオーバCSが存在しない場合，通常の投資・R＆Dに関する加速度原理を表わしている．$\dot{\nu}(t)=\nu(t)-\nu(t-1)$により差分近似すると

$$\nu(t)=\alpha Y(t)+(1+M)\nu(t-1)+cS \tag{17}$$

となる．ただし，$\alpha=([a_{11},a_{12}]^t)^{-1}\{(b_{11}\mu+b_{12}p)+[a_{11},a_{12}]\}$である．同様に中間財需要関数は

$$X(t)=\beta Y(t)+[a_{21},a_{22}]^{t-1}\cdot\nu(t-1)+[a_{21},a_{22}]^t\{I-[a_{11},a_{12}]^t\}^{-1}[a_{11},a_{12}]cS \tag{18}$$

となる．紙面の都合上，以上の動的モデルを用いた数値実験の結果に関しては講演時に発表する．

6．おわりに

利潤関数を式(14)のように特定化した場合，式(17)(18)により知識・資本の蓄積経路と各時点での中間投入需要を表現できる．式(17)(18)の両辺をY(t)を除せば，式(17)(18)の左辺は$\nu(t)/Y(t)$，$X(t)/Y(t)$となる．これは産業連関分析における投入産出係数に他ならない．すなわち，式(17)(18)は投入産出係数が技術変化により変化するプロセスを表現している．知識基盤cSの整備により，技術革新を誘導する過程がこのモデルより分析できる．本モデルはこのような技術革新を内生化した動的産業連関モデルの基礎モデルとして位置づけられることが理解できる．