

集計ロジットモデルの推定に関する基礎的分析

岡山大学大学院 学生員○井上 達彦
岡山大学工学部 正 員 阿部 宏史

1. はじめに： 集計ロジットモデルの推定方法としては「最尤法」と「Berkson法」の2つの方法¹⁾が代表的である。本研究では、集計ロジットモデルをわが国の地域間人口移動分析に適用し、最尤法とBerkson法の各手法によるパラメータの推定結果を比較することにより、各手法の特徴について基礎的考察を行う。

2. 集計ロジットモデルと推定方法： 集計ロジットモデルでは、集団 n が可能な選択肢の中から最大の効用を与える選択肢 i を選ぶ確率 P_{in} を式(1)、(2)の多項ロジットモデルによって推定する。

$$P_{in} = e^{V_{in}} / \sum_{j \in An} e^{V_{jn}} \quad (1)$$

$$V_{in} = \theta_1 X_{in1} + \dots + \theta_k X_{ink} + \dots + \theta_K X_{inK} \quad (2)$$

但し、 $\theta_1, \dots, \theta_k, \dots, \theta_K$ は推定する未知のパラメータであり、 $X_{in1}, \dots, X_{ink}, \dots, X_{inK}$ は集団 n の選択肢 i に関する説明変数の値である。

パラメータ $\theta_1, \dots, \theta_k, \dots, \theta_K$ の推定方法のうち、最尤法は式(3)の尤度関数(実際には式(1)を対数化したもの)を最大化するように、効用 V_{in} を構成する要因のパラメータを推定する方法である。

$$L^* = \prod_{n=1}^N \frac{D_n!}{\prod_{j \in Cn} D_{jn}!} \prod_{i \in Cn} P_{in}^{D_{in}} \rightarrow \max \quad (3)$$

但し、 D_{in} は集団 n の中で選択肢 i を選んだ人数であり、 $D_n = \sum_{i \in Cn} D_{in}$ である。

一方、Berkson法では、まず選択肢 i のうち適当なもの($i=a$ とする)を基準にとり、その選択確率を P_{an} とし、式(1)をこれで割ることによって式(4)を得る。式(4)は対数線形化することができ、通常の重回帰分析を用いてパラメータ $\theta_1, \dots, \theta_k, \dots, \theta_K$ の推定が可能である。

$$P_{in} / P_{an} = e^{V_{in}} / e^{V_{an}} = e^{(V_{in} - V_{an})} \quad (4)$$

3. ケーススタディの概要： 本研究で使用する地域間人口移動データは、住民基本台帳人口移動報告年報による都道府県間の人口移動数である。分析では、このデータを表-1の14地域間の移動数データに集計して使用した。分析年次は、昭和35年を初年次とし昭和60年までの5年毎、6時点とした。集計ロジットモデルの説明変数とする人口移動の要因としては、表-2に示す所得と雇用機会の2要因を取り上げ、さらに地域間距離を加えた3要因について人口移動における転出先地域の選択確率との関連を分析する。また、人口移動要因のデータは、県民経済計算年報と国勢調査から収集した。また、地域間距離は多次元尺度法を用いて、地域間人口移動数から推定した値を用いたが、その詳細については参考文献²⁾を参照されたい。

4. 最尤法とBerkson法による推定結果の比較： 表-3に最尤法、表-4にBerkson法による推定結果を示す。さらに図-1と図-2は、最尤法とBerkson法による転出先の選択確率 P_{in} の実績値と推計値の関係を散布図として表したものである。また、他の分析年次についてもそれぞれ図-1、図-2とほぼ同様の結果が得られたため、掲載を省略する。以下では、モデルの推定精度を比較する指標として、選択確率 P_{in} の実績値と推計値の相関係数と式(5)の平均絶対誤差率 (Mean Absolute Percentage Error (MAPE)) を用いる。

$$MAPE = 100 \times \sum_{n=1}^N \left\{ \sum_{i \in an} \left[\frac{P_{in} - P_{in}^*}{P_{in}^*} \right]^2 / (I_n - 1) \right\} \quad (5)$$

但し、 P_{in}^* は地域 n が選択地域 i ($i=1, \dots, I_n$) を選択する確率の推計値であり、 I_n は地域数 (=14) である

表-1 14地域と46都道府県との対応

14地域	都 道 府 県
(1) 北海道	北海道
(2) 東北	青森県、岩手県、秋田県、山形県、福島県
(3) 関東	茨城県、栃木県、群馬県、埼玉県、千葉県、東京都、神奈川県
(4) 中部	新潟県、富山県、石川県、福井県、山梨県、長野県、岐阜県、静岡県、愛知県
(5) 近畿	滋賀県、京都府、大阪府、兵庫県、奈良県、和歌山県
(6) 中国	鳥取県、島根県、岡山県、広島県、山口県
(7) 四国	徳島県、高松市、香川県、愛媛県、高知県
(8) 九州	福岡県、佐賀県、大分県、熊本県、鹿儿岛県、沖縄県
(9) 北海道	北海道
(10) 東北	青森県、岩手県、秋田県、山形県、福島県
(11) 関東	茨城県、栃木県、群馬県、埼玉県、千葉県、東京都、神奈川県
(12) 中部	新潟県、富山県、石川県、福井県、山梨県、長野県、岐阜県、静岡県、愛知県
(13) 近畿	滋賀県、京都府、大阪府、兵庫県、奈良県、和歌山県
(14) 中国	鳥取県、島根県、岡山県、広島県、山口県

表-2 人口移動モデルの説明要因の設定

地域間距離	
着 (D) 側要因	地域
	(1) 地域総所得
全体	(2) 2,3次就業者総数
1人	(3) 人口一人当り地域所得
当り	(4) 人口一人当り2,3次就業者総数

(注) 地域所得とは各地域に含まれる都道府県の県民所得(分配)の合計である。

図-3 に昭和35年の選択確率の実績値とMAPEのグラフを示す。

相関係数より判断すると最尤法の方が良い結果を得ることができた。また、散布図でも最尤法の方があてはまりが良い。図-3 のうちBerkson法に関するMAPEの変動を見ると、モデル1とモデル2では、実績値の平均値に向かってMAPEが大幅に減少し、平均値を越えるとMAPEが拡大、その後、実績値の大きいデータについて再びMAPEが減少というパターンが生じているが、これはデータの重心を通るという重回帰分析の特徴によるものである。最尤法では、実績値の小さいデータから大きいデータに向かってMAPEがほぼ一様に減少しており、実績値の平均値を境としたMAPEの傾向の変化は見られない。モデル3とモデル4の残差の変動を見ると、Berkson法、最尤法ともに、実績値の大きいデータに向かってMAPEが減少している。よって、モデル3と4のように、説明力の高い変数を用いることにより、Berkson法の欠点が改善されることがわかる。

表-3 最尤法による推定結果

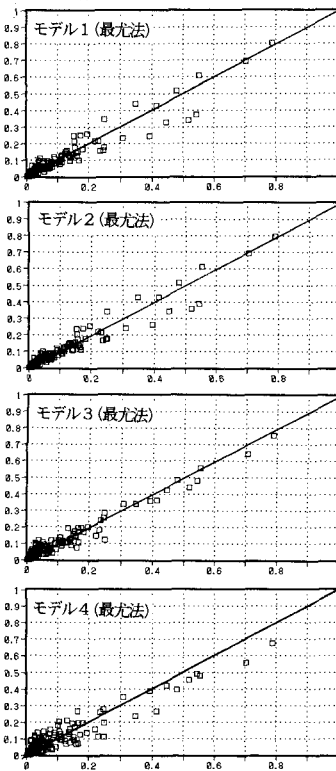
	モデル1	モデル2	モデル3	モデル4
地域距離	-1.341×10^{-2} (2.44)	-1.333×10^{-2} (2.42)	-1.272×10^{-2} (2.35)	-1.300×10^{-2} (2.41)
地域総所得 (10億円)	0.711×10^{-3} (2.98)			
2,3次就業者総数 (千人)		0.350×10^{-3} (2.99)		
人口一人当り地域所得 (100万円)			23.066 (2.79)	
人口一人当り2,3次 就業者総数(人)				11.725 (2.43)
自由度修正済み決定係数 $\bar{R}^2$	0.263	0.267	0.261	0.246
実績値と推計値の相関係数	0.952	0.966	0.969	0.962

(注) ()内はt値である。

表-4 Berkson法による推定結果

	モデル1	モデル2	モデル3	モデル4
地域距離	-0.906×10^{-2} (97.1)	-0.893×10^{-2} (103)	-0.863×10^{-2} (66.0)	-0.878×10^{-2} (59.3)
地域総所得 (10億円)	0.917×10^{-3} (74.3)			
2,3次就業者総数 (千人)		0.439×10^{-3} (82.5)		
人口一人当り地域所得 (100万円)			21.639 (46.5)	
人口一人当り2,3次 就業者総数(人)				8.508 (34.6)
自由度修正済み決定係数 $\bar{R}^2$	0.901	0.915	0.823	0.773
実績値と推計値の相関係数	0.949	0.956	0.908	0.879

(注) ()内はt値である。

図-1 最尤法による実績値と推計値との散布図
横軸: 実績値 縦軸: 推計値

参考文献 1) Ben-Akiva, M and Lerman, S.R, Discrete Choice Analysis, The MIT Press, 1985.

2) 阿部: 地域間人口移動に基づく我が国の地域構造分析、土木計画学研究、講演集 No.13, pp31-38, 1990年

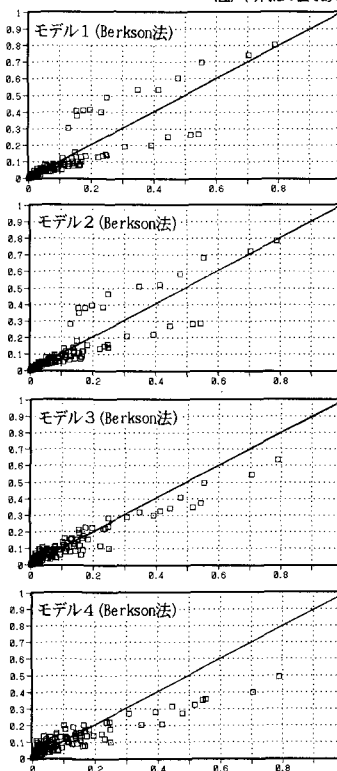
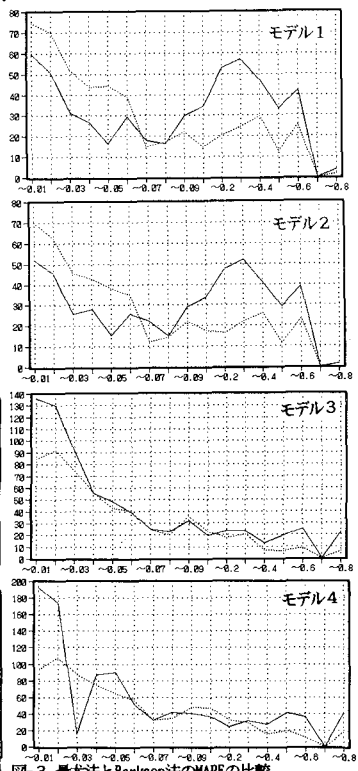
図-2 Berkson法による実績値と推計値との散布図
横軸: 実績値 縦軸: 推計値

図-3 最尤法とBerkson法のMAPEの比較

横軸: 実績値 縦軸: MAPE
..... 最尤法
—— Berkson法