

仮想的ギャップアクセプタンスモデルに関する研究

鳥取大学工学部 正会員 ○奥山 育英
 備前システムテクノロジー 今市 将人

1. はじめに

本研究では、歩行者の道路横断を考察する。歩行者は横断所要時間と車間のギャップ（時間）をくらべて、横断所要時間が小さければ横断し、そうでなければ横断できる大きさのギャップが表われるまで待ち、そこで横断する。このとき、以下の仮定を設ける。

- (1) 歩行者の横断に必要な時間の分布は、指数分布に従う。
- (2) 歩行者の横断に必要な時間は、車のギャップを見送る毎に独立とする。
- (3) 車の長さを0とする。

上の仮定は現実的ではないので仮想的と呼ぶ。このモデルには、以下のような奇妙な性質がある。

『歩行者が横断し終るまでの時間、つまり横断待ち時間と純横断時間の和は、交通量とは無関係に同一の分布、すなわち、交通量がないときの横断に必要な時間の分布である指数分布に従う。』

本研究では、この直感的には認めにくい性質の考察を主として、一般的な道路横断における横断し終るまでの時間と交通量の関係にも言及する。

2. 仮想的ギャップアクセプタンスモデル

2.1 モデルの持つ性質の証明

このモデルの証明は、以下の(1)、(2)を用いる。

(1) 条件付き確率による方法

この方法は、まず歩行者が n 台の車を見送った後、横断したときの条件付き確率を求め、そのときの歩行者の横断し終るまでの時間 T の分布 f_n を求める。そして T のランダム化を行なう。このランダム化により T の分布が、歩行者の横断に必要な時間が従う指数分布と同一であることがわかる。

(2) マルコフチェーンを用いる方法

この方法では、歩行者が t 時間後に横断していない状態の確率 $P(t)$ と t 時間後に横断し終った状態の確率 $Q(t)$ の2状態を考えることにより、証明できる。

この証明方法でも、歩行者の横断し終るまでの時

間の分布が、歩行者の横断に必要な時間の分布が従う指数分布と同一なことが分かる。

このように2つの方法で証明したが、さらに、なぜこうなるかを実際に見るために、コンピュータによるシミュレーションも行なった。

2.2 横断待ち時間分布と純横断時間分布の分離

以上により、横断し終るまでの時間は交通量に無関係であるが、交通量があるときには横断待ちが発生する。ここでは、横断し終るまでの時間を横断待ち時間と純横断時間に分離する。そのために、車のギャップが一般分布では難解なので、平均 $1/\lambda$ の指数分布とする。また、歩行者の横断に必要な時間の分布は、平均 $1/\mu$ の指数分布とする。

横断待ち時間分布 $W(t)$ と純横断時間分布 $Z(t)$ は以下ようになる。

$$W(t) \begin{cases} = \frac{\mu}{\mu + \lambda} & t = 0 \\ = \frac{\mu \lambda}{\mu + \lambda} \exp(-\mu t) & 0 < t \end{cases}$$

$$Z(t) = (\mu + \lambda) \cdot \exp(-\mu t)$$

歩行者の横断し終るまでの時間の分布は、この2つの分布のたたみ込みにより求めることもでき、当然のことであるが、横断所要時間である平均 $1/\mu$ の指数分布となる。

3. 一般的な道路横断の解析

この場合の歩行者の横断に必要な時間の分布は、フェイズ n のアーラン分布とする。このモデルを、一般化したギャップアクセプタンスモデルとする。

このモデルの解析には、推移確率行列を用いる方法を利用した。

一般的な分布としてフェイズ n のアーラン分布としたのは、正規分布を近似する際に n を大にしてフェイズ n のアーラン分布を利用するからである。

4. 結果の考察

2.1 のコンピュータによるシミュレーションにより、図1～図3の結果を得た。図3より、 $\lambda = 1$ 、

$\lambda = 3$ の横断し終るまでの時間の分布は、同一の分布であることが示されている。しかし図1と図2から、 λ が大きくなる（交通量が増加する）と、歩行者の横断待ち時間が増加し、純横断時間が減少していることが示されている。つまり、 λ が大きくなり、横断待ち時間が増加した分だけ、純横断時間が減少しているから、横断し終るまでの時間としてみた場合に同一の分布となるしくみが明らかにされる。

このように、仮想的ギャップアクセプタンスモデルにおいては、歩行者が横断し終るまでの時間には交通量は関係しないものの、横断待ち時間分布と純横断時間分布に分離すると、当然のことながら、交通量が非常に影響していることが分かる。

一方、一般化したギャップアクセプタンスモデル（仮定（1）の横断に必要な時間の分布が、フェイズ n のアーラン分布に従う）は、 $n=5$ の図4を見れば分かるように、交通量が増加すると歩行者の横断し終る時間は大きくなることが分かる。

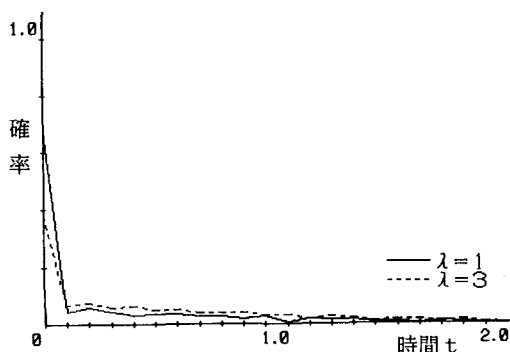


図1 シミュレーションによる横断待ち時間が t である確率

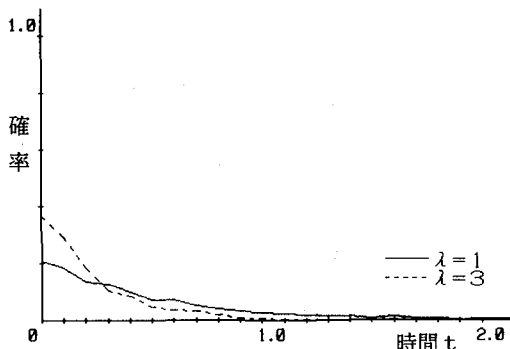


図2 シミュレーションによる横断時間が t である確率

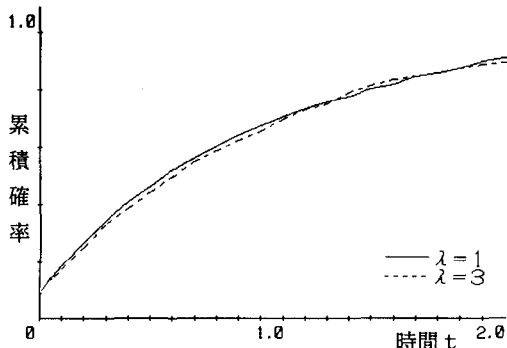


図3 シミュレーションによる t 時間後までに横断し終わる累積確率

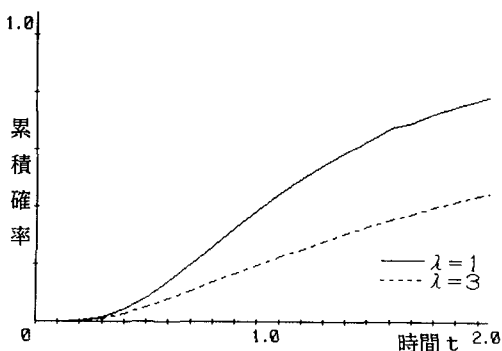


図4 アーラン分布（フェイズ5）のときの t 時間後までに横断し終わる累積確率

5. おわりに

歩行者が道路を横断する現象を考えた場合、歩行者の横断し終るまでの時間の分布は、車の交通量に影響するが、本研究で取り上げた仮想的ギャップアクセプタンスモデルの場合には、交通量とは無関係に同一となる。本研究ではこの性質を考察し、車のギャップが指数分布に従うときの横断し終るまでの時間を、横断待ち時間と純横断時間に分離できた。

また、車の交通量と歩行者の横断し終るまでの時間との関係も明らかにした。

今後の課題としては、一般的な道路横断の場合の横断し終るまでの時間を横断待ち時間と、横断時間に分けることである。

6. 参考文献

- (1) 森村 英典, 大前 義次: 応用待ち行列理論
日科技連, 1975
- (2) W・フェラー: 確率論とその応用 II
紀伊国屋書店